

EFICIENCIA EN PROCESOS INDUSTRIALES

DE TRANSPORTE DE COMBUSTIBLES, TRANSPORTE NEUMÁTICO, SECADO Y ENFRIAMIENTO DE MINERALES



Autores:

Ing. Héctor Luis Laurencio Alfonso; Dr. C.

Ing. Enrique Torres Tamayo; Dr. C.

Ing. Yoalbys Retirado Mediaceja, Dr. C.

Ing. Ever Góngora Leyva; Dr. C.

Ing. Carlos Zalazar Oliva, Dr. C.

Eficiencia en procesos industriales de transporte de combustibles, transporte neumático, secado y enfriamiento de minerales

Autores:

Ing. Héctor Luis Laurencio Alfonso; Dr. C.

Ing. Enrique Torres Tamayo; Dr. C.

Ing. Yoalbys Retirado Mediaceja, Dr. C.

Ing. Ever Góngora Leyva; Dr. C.

Ing. Carlos Zalazar Oliva, Dr. C.

Obra:

Eficiencia en procesos industriales de transporte de combustible, transporte neumático, secado y enfriamiento de minerales

Autores:

Ing. Héctor Luis Laurencio Alfonso; Dr. C.

Ing. Enrique Torres Tamayo; Dr. C.

Ing. Yoalbys Retirado Mediaceja, Dr. C.

Ing. Ever Góngora Leyva; Dr. C.

Ing. Carlos Zalazar Oliva, Dr. C.

Aval:

La presente obra ha sido evaluada por pares externos a doble ciego, cumpliendo la normativa nacional e institucional para las obras de relevancia

Edición: Primera

ISBN (I):

978-9942-698-08-7

ISBN (D):

978-9942-698-07-0

Diseño de portada:

Lic. Miguel Pacalla

Publicación:

EDITORIAL UNIVERSIDAD TÉCNICA DE COTOPAXI

Latacunga-Ecuador

2025

Gestión editorial:

©Ediciones Crambury Editorial, 2025

Telefono: 0999209510

www.cranburyeditorial.com

Quito - Ecuador

Introducción al libro

Comúnmente en las ciencias técnicas se emplean indistintamente las palabras eficiencia y rendimiento, en los casos que se quiere denotar la razón entre la potencia o energía que se ha necesitado para lograr un fin determinado y la salida que ha resultado del proceso.

Por años hemos escuchado análisis como: la eficiencia del generador de vapor, la eficiencia de la bomba, la eficiencia del motor, entre otras; en muchos de los casos se dan valores de “eficiencia del 25 % y menos, lo que resulta ineficiente. Lo correcto en estos casos es nombrar la variable por su significado, por lo que se trata del rendimiento de la máquina o de un proceso determinado, no de su eficiencia.

Según el Diccionario de la Real Academia Española, rendimiento es la proporción entre el producto o el resultado obtenido y los medios utilizados; este resultado puede alcanzar valores desde cero hasta 100 %, tratándose siempre del rendimiento. Por otra parte la eficiencia es la capacidad de disponer de alguien o de algo para conseguir un efecto determinado, esta hace referencia a la capacidad para lograr un fin empleando los mejores medios posibles.

Las máquinas y procesos eficientes se caracterizan por hacer las tareas de manera correcta, aprovechando los recursos y reduciendo el costo necesario para conseguir el objetivo propuesto; se considera también como eficacia conseguida con un menor costo. Normalmente la eficacia, estrechamente vinculada con la calidad, es una consecuencia natural de la eficiencia.

En los procesos ingenieriles la eficiencia trata de ir más allá del conocimiento del rendimiento, además de este se deben conocer los criterios de eficiencia de la máquina o proceso y los valores referenciales y criterios de decisión por las cuales se deben comparar los resultados para definir si existe eficiencia o no.

Para un análisis de eficiencia se pueden dar resultados de análisis tanto cuantitativos como cualitativos; siempre se debe tener en cuenta al rendimiento como variable decisiva, por lo que si se tiene un bajo rendimiento se deduce que ya el proceso analizado no es eficiente. Por tanto podemos concluir que:

Eficiencia: es la optimización de los recursos utilizados para la obtención

de los resultados u objetivos previstos.

Eficiencia energética: es la optimización de los recursos energéticos para alcanzar los objetivos económicos de la empresa. Se mide a través de indicadores de eficiencia energética.

Rendimiento: como definición física general, es la potencia de salida de un sistema dividida por la potencia de entrada; estas variables pueden ser simplificadas como es el caso de la energía de salida entre la energía de entrada al sistema.

En el presente libro se abordan los principales resultados investigativos desarrollados y validados por los autores, en cuanto al bombeo de petróleos pesados, transporte neumático, secado solar, secado por cilindros rotatorios y enfriamiento de minerales en procesos; mediante el cual ponemos a la disposición de los lectores un material útil para los procesos de diseño, evaluación y operación de estos procesos, además de brindar los procedimientos necesarios en proyectos de investigación.

Ing. Héctor Luis Laurencio Alfonso; Dr. C.

CONTENIDO

Eficiencia en procesos industriales de transporte de combustibles,
transporte neumático, secado y enfriamiento de minerales

CAPÍTULO 1. PROCEDIMIENTO PARA LA DETERMINACIÓN DE LA TEMPERATURA ÓPTIMA DE PETRÓLEO CRUDO TRANSPORTE POR TUBERÍAS

1.1. INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO.....	1
1.2. MARCO DE REFERENCIA DE LA INVESTIGACIÓN.....	1
1.2.1. Clasificación de los hidrocarburos.....	2
1.2.2. Trabajos relacionados con estudios reológicos de fluidos.....	4
1.2.3. Modelo reológico de combustibles pesados.....	6
1.2.4. Factores que influyen sobre el comportamiento reológico.....	7
1.2.5. Trabajos relacionados con el transporte de fluidos complejos por tuberías.....	8
1.2.6. Modelos utilizados en el cálculo de transporte de fluidos seudoplásticos.....	9
1.3. MATERIALES Y MÉTODOS RELACIONADOS CON EL TRANSPORTE DEL PETRÓLEO PESADO.....	9
1.3.1. Procedimientos metodológicos sobre la determinación del gradiente de presión en conductos circulares.....	9
1.3.2. Expresiones para la determinación de pérdidas de presión por resistencias locales.....	13
1.3.3. Expresiones para la determinación de costos y potencia hidráulica de transporte.....	14
1.3.4. Modelo de la variación de temperatura del fluido en la tubería.....	15
1.3.5. Metodología para la toma de datos experimentales.....	16
1.4. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS RACIONALES EN EL TRANSPORTE DEL PETRÓLEO CRUDO.....	16

1.4.1. Introducción.....	16
1.4.2. Resultados experimentales de la reología del combustible pesado...	17
1.4.3. Análisis de la influencia de la temperatura en las propiedades.....	18
1.4.4. Adecuación del modelo de variación de temperatura en la tubería..	19
1.4.5. Análisis del modelo del gradiente de presión.....	20
1.4.6. Obtención de los parámetros del modelo del gradiente de presión...	22
1.4.7. Proceso para la obtención de la temperatura racional de transporte del combustible cubano CM-650.....	22
1.4.8. Obtención de la temperatura racional de transporte, estudio de casos.....	23
1.5. Conclusiones generales.....	26
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS CAPÍTULO 1.....	27
CAPÍTULO 2. MODELACIÓN MATEMÁTICA Y SIMULACIÓN DEL TRANSPORTE NEUMÁTICO DEL MINERAL LATERÍTICO....	29
2.1. INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO.....	29
2.2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA RELACIONADA CON EL TRANSPORTE NEUMÁTICO DE MATERIALES.....	32
2.3. MODELACIÓN TEÓRICA EN EL TRANSPORTE NEUMÁTICO DEL MINERAL LATERÍTICO POR TUBERÍAS HORIZONTALES Y VERTICALES.....	36
2.3.2. Propiedades físicas y aerodinámicas del mineral laterítico.....	37
2.3.2. Pérdidas de presión para el aire limpio en el transporte neumático por tuberías horizontales y verticales.....	38
2.3.3. Ecuaciones tradicionales para el cálculo de las pérdidas de presión en tuberías horizontales y verticales en la zona dispersa.....	39
2.3.4. Modelo teórico para el cálculo de las pérdidas de presión en el transporte neumático del mineral laterítico por tuberías horizontales y verticales en la zona dispersa.....	42
2.3.5. Ecuaciones para el cálculo de las pérdidas en codos durante el transporte neumático del mineral laterítico.....	54

2.4. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO TEÓRICO EN EL TRANSPORTE NEUMÁTICO DEL MINERAL LATERÍTICO.....	59
2.4.1. Instalación experimental.....	59
2.4.2. Diseño experimental.....	61
2.4.3. Identificación del modelo matemático.....	64
2.4.4. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas para tuberías horizontales y verticales.....	69
2.4.5. Simulación del transporte neumático del mineral laterítico en condiciones industriales.....	77
2.4.6. Simulación de las pérdidas de presión en función de la velocidad del gas para tuberías horizontales y verticales.....	78
2.4.7. Simulación de las características de transporte en tuberías horizontales y verticales.....	80
2.4.8. Simulación de las pérdidas en codos.....	83
2.4.9. Simulación de las características de transporte de los sistemas generales.....	85
2.4.10. Valoración económica.....	87
2.4.11. Comparación entre los parámetros actuales y los simulados de los sistemas de transporte neumático.....	90
2.5. CONCLUSIONES.....	92
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS DEL CAPÍTULO 2.....	93
CAPÍTULO 3. MODELACIÓN FÍSICO-MATEMÁTICA DEL PROCESO DE SECADO SOLAR NATURAL DE LAS MENAS LATERÍTICAS.....	95
3.1. INTRODUCCIÓN.....	95
3.2. MARCO TEÓRICO PARA LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROCESO.....	96
3.2.1. Mecanismos de movimiento de la humedad en los materiales porosos.....	96
3.2.2. Secado solar natural de materiales.....	97

3.3. MATERIALES Y MÉTODOS.....	98
3.3.1. Modelo físico-matemático de la velocidad de secado en pilas de menas lateríticas.....	98
3.3.2. Condiciones de simulación empleadas.....	106
3.3.3. Optimización de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas.....	107
3.4. RESULTADOS.....	111
3.4.1. Implementación de los modelos matemáticos en una aplicación informática.....	111
3.4.2. Validación de los modelos matemáticos con pilas de dimensiones industriales.....	112
3.4.3. Aplicación práctica de los modelos matemáticos establecidos....	116
3.4.4. Resultados obtenidos en la optimización del caso de estudio considerado.....	130
3.5. CONCLUSIONES.....	138
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	140
CAPÍTULO 4. MODELO PARA EL ENFRIAMIENTO DE MINERAL EN CILINDROS HORIZONTALES ROTATORIOS.....	143
4.1. INTRODUCCIÓN.....	143
4.2. MARCO CONTEXTUAL Y TEÓRICO.....	144
4.2.1. Procesos donde intervienen sólidos granulados.....	144
4.2.2. Procesos de mezclado de sólidos granulados.....	144
4.2.3. Procesos de transferencia de calor en sólidos granulados.....	145
4.2.4. Procesos de transferencia de calor entre un sólido granulado y otros medios.....	146
4.2.5. Modelos de transferencia de calor y masa en cilindros horizontales rotatorios.....	148
4.2.6. Procesos de transferencia de calor en el enfriador.....	149
4.2.7. Transferencia de calor entre el mineral y la pared del cilindro....	150
4.2.8. Transferencia de calor entre el mineral, los gases y la pared del	

cilindro.....	152
4.2.9. Transferencia de calor en la pared del cilindro.....	153
4.2.10. Transferencia de calor de la pared del cilindro al agua.....	154
4.2.11. Transferencia de calor y masa del agua al aire.....	155
4.3. MODELACIÓN DEL PROCESO DE ENFRIAMIENTO DEL MINERAL.....	156
4.3.1. Modelación de la transferencia de calor en el enfriador.....	156
4.3.2. Balance de masa y energía del mineral.....	157
4.3.3. Balance de masa y energía de la pared del cilindro.....	158
4.3.4. Balance de masa y energía del agua.....	159
4.3.5. Modelo de transferencia de calor en el enfriador.....	160
4.3.6. Modelo para calcular la temperatura del agua.....	162
4.3.7. Cálculo del área de la sección transversal del sólido.....	162
4.3.8. Cálculo del volumen de la sección del cilindro sumergida en la piscina.....	166
4.3.9. Caracterización de los coeficientes del modelo.....	169
4.3.10. Caracterización de los coeficientes de transferencia de la pared al agua.....	169
4.3.11. Caracterización del término y del parámetro de transferencia del agua al aire.....	174
4.3.12. Modelo generalizado de la transferencia de calor en el enfriador...	177
4.4. CASO DE ESTUDIO.....	178
4.4.1. Información experimental para el ajuste y validación del modelo.....	179
4.4.2. Diseño del proceso de medición.....	181
4.4.3. Experimento activo.....	182
4.4.4. Análisis estadístico de las variables del proceso de enfriamiento.....	184
4.4.5. Modelo para estimar la temperatura del agua en $X=0$	185
4.4.6. Modelo para ajustar las ecuaciones diferenciales.....	185

4.4.7. Implementación de los modelos matemáticos en una aplicación informática.....	187
4.4.8. Validación del modelo matemático para el proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido a escala industrial.....	187
4.4.9. Validación del modelo a través del experimento activo.....	188
4.4.10. Validación del modelo a través del experimento pasivo.....	190
4.4.11. Aplicación práctica del modelo matemático establecido.....	192
4.4.12. Aplicación del procedimiento establecido al Enfriador.....	192
4.4.13. Cálculo de los coeficientes de transferencia de calor por unidad de longitud.....	194
4.4.14. Cálculo del coeficiente de transferencia de calor del mineral-Par ed.....	195
4.4.15. Cálculo del coeficiente de transferencia de calor pared-agua.....	196
4.4.16. Simulación del proceso de enfriamiento.....	197
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	202
CAPÍTULO 5. MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROCESO DE SECADO DE MINERAL LATERÍTICO EN SECADORES ROTATORIOS.....	205
5.1. INTRODUCCIÓN.....	205
5.2. MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN SECADORES ROTATORIOS.....	206
5.2.1. Generalidades del secado de sólidos granulados.....	207
5.2.2. Transferencia de calor en los secadores rotatorios.....	212
5.2.2. Descripción de los secadores rotatorios par el secado de menas lateríticas.....	215
5.3. MATERIALES Y MÉTODOS PARA LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROCESO DE SECADO DE LAS MENAS LATERÍTICAS.....	216
5.3.1. Balance de masa y energía para el proceso de secado.....	217

5.3.2. Coeficientes de transferencia de calor.....	223
5.3.3. Cálculo de las áreas de transferencia de calor.....	225
5.3.4. Técnicas experimentales para la caracterización del mineral laterítico.....	227
5.4. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO EN LOS SECADORES ROTATORIOS.....	229
5.4.1. Establecimiento de la constante cinética de secado.....	230
5.4.2. Determinación de calor específico de las menas lateríticas.....	231
5.4.3. Caracterización de la conductividad térmica de las menas lateríticas.....	234
5.4.4. Implementación del modelo matemático.....	235
5.4.5. Aplicación práctica de los modelos matemáticos establecidos..	238
5.5. CONCLUSIONES.....	242
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	243

CAPÍTULO 1. PROCEDIMIENTO PARA LA DETERMINACIÓN DE LA TEMPERATURA ÓPTIMA DE PETRÓLEO CRUDO TRANSPORTE POR TUBERÍAS

Ing. Héctor Luis Laurencio Alfonso; Dr. C.
Universidad Técnica de Cotopaxi, Ecuador
hector.laurenci@utc.edu.ec

1.1. INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO

El sector industrial es el mayor consumidor de portadores energéticos, por lo que ocupa un lugar importante en los lineamientos para la eficiencia económica. El adecuado rendimiento de los equipos electromecánicos en las instalaciones industriales y la utilización racional de los recursos energéticos disponibles, inciden considerablemente en la reducción de los costos productivos.

En este escenario se produce un incremento de la generación eléctrica, principalmente a partir del petróleo crudo cubano. Con la ampliación productiva de estas fuentes nacionales dedicadas al desarrollo energético, se accede a un mayor uso del combustible crudo pesado en el sector industrial y a la vez se disminuyen las importaciones de portadores energéticos [1].

La transportación de los combustibles pesados, cobra importancia primaria en el trasiego por sistemas de tuberías desde los puertos hasta los depósitos y su posterior destino hacia las plantas. Estos sistemas difundidos mundialmente, cuando operan en los parámetros de máxima eficiencia, son de gran efectividad económica y ambiental con respecto a los demás medios de transporte de combustibles pesados [2].

1.2. MARCO DE REFERENCIA DE LA INVESTIGACIÓN

La instalación de un nuevo oleoducto requiere de estudios previos significativos, en los cuales, se tienen en cuenta todas las variantes que pudieran acortar o beneficiar el proceso de transporte. El análisis riguroso de estudios en este campo, permite detectar de forma preliminar las diferentes características y deficiencias que se manifiestan entre las investigaciones realizadas, las teorías existentes y los múltiples elementos

relacionados con el transporte de petróleos pesados.

1.2.1. Clasificación de los hidrocarburos

A los hidrocarburos se les define como compuestos químicos de carbón e hidrógeno; elementos como el metano, etano, propano, butano y pentano entre otros forman parte de estos. La génesis del petróleo, se ubica en el depósito y descomposición de organismos de origen vegetal y animal, que hace millones de años quedaron atrapados en rocas sedimentarias en ambientes marinos o próximos al mar y que fueron sometidos a enormes presiones y elevadas temperaturas. La palabra petróleo, proveniente del latín “petroleum” y significa aceite de piedra [3].

Se ha encontrado petróleo en todos los continentes excepto en el Antártico, sin embargo, el petróleo no se encuentra distribuido uniformemente en el subsuelo del planeta. Al analizar petróleo de procedencias diversas, de manera general puede decirse que lo forman los siguientes elementos químicos: de 76 a 86 % de carbono y de 10 a 14 % de hidrógeno. A veces contiene algunas impurezas mezcladas como oxígeno, azufre y nitrógeno; también se han encontrado huellas de compuestos de hierro, níquel, vanadio y otros metales.

El petróleo se localiza en el subsuelo, impregnado en formaciones de tipo arenoso y calcáreo. Asume los tres estados físicos de la materia (sólido, líquido y gaseoso) según su composición, temperatura y presión a la que se encuentra. Los yacimientos de petróleos crudos están constituidos por hidrocarburos líquidos, bajo las condiciones de presión y temperatura del depósito, su viscosidad es medida a la temperatura original del yacimiento y a la presión atmosférica, como un líquido estabilizado libre de gas.

Dependiendo del número de átomos de carbono y de la estructura de los hidrocarburos que integran el petróleo, se presentan diferentes propiedades que los caracterizan y determinan su comportamiento como combustibles, lubricantes, ceras o solventes [2].

Según el predominio de uno de los compuestos característicos, los petróleos se pueden clasificar en:

1- Petróleo de base parafínicas.

Predominan los hidrocarburos saturados o parafínicos.

Son muy fluidos de colores claros y bajo peso específico (aproximadamente 0,85 kg/l).

Por destilación producen abundante parafina y poco asfalto.

Proporcionan mayores porcentajes de nafta y aceite lubricante.

2- Petróleo de base asfáltica o naftica.

Predominan los hidrocarburos etilénicos y diétilínicos, cíclicos ciclánicos (llamados nafténicos) y bencénicos o aromáticos.

Son muy viscosos, de coloración oscura y mayor peso específico (aproximadamente 0,950 kg/l).

Por destilación producen un abundante residuo de asfalto. Las asfaltitas o rafealitas argentinas fueron originadas por yacimientos de este tipo, que al aflorar perdieron sus hidrocarburos volátiles y sufrieron la oxidación y polimerización de los etilénicos.

3- Petróleo de base mixta.

De composición por bases intermedias, formados por toda clase de hidrocarburos: saturados, no saturados (etilénicos y acetilénicos) y cíclicos (ciclánicos o nafténicos y bencénicos o aromáticos).

La mayoría de los yacimientos mundiales son de este tipo.

En la práctica es común hablar de clases de petróleos crudos de acuerdo al peso específico, expresado en una escala normalizada por el Instituto Estadounidense del Petróleo (American Petroleum Institute). En la tabla 1.1 se muestra la clasificación de los petróleos crudos en términos de su densidad, aunque hay que enfatizar que la producción de diversos yacimientos productores está asociada a un solo tipo [3].

Tabla 1.1. Clasificación de los petróleos según su densidad.

	Petróleo crudo	Densidad (g/cm ³)	Densidad (grados API)
1	Extra pesado	$\geq 1,0$	$\leq 10,0$
2	Pesado	$1,01 \div 0,92$	$10,1 \div 22,3$
3	Mediano	$0,91 \div 0,87$	$22,4 \div 31,1$
4	Ligero	$0,86 \div 0,83$	$31,2 \div 39$
5	Superligero	$< 0,83$	> 39

Para asegurar un mejor valor económico de los hidrocarburos en propósitos comerciales, los combustibles crudos vendidos nacional e internacionalmente son en general mezclas de petróleos de diferentes densidades.

1.2.2. Trabajos relacionados con estudios reológicos de fluidos

Desde fines del siglo XVIII y a lo largo del siglo XIX, la mecánica de los fluidos se ve enriquecida por los estudios teóricos y experimentales de Henri Darcy, por su discípulo y continuador H. Bazin y por el médico Jean Poiseuille, interesado en la circulación de la sangre. Sobresalieron también en el aspecto teórico Julios Weibach y Gottlieb Hagen, y se destacan los científicos Lagrange, Helmholtz, Saint-Venatt, Ventura y Pitot entre otros.

El primer intento de incluir los efectos de la viscosidad en las ecuaciones de gobierno de la dinámica de fluidos se debió al ingeniero francés Claude Navier en 1827 e independientemente al matemático británico George Stokes, quien en 1845 perfeccionó las ecuaciones básicas para los fluidos viscosos incompresibles. Actualmente se les conoce como ecuaciones de Navier-Stokes [4].

Refiriéndose a la viscosidad de los fluidos y en específico a los no newtonianos, muchos han sido los autores que abordan esta temática, de vital importancia, en el desarrollo de la investigación del flujo de fluidos.

En este aspecto resultan interesantes los trabajos que presentan una metodología para obtener funciones reológicas en forma simplificada, de utilidad para ajustar modelos de cálculo para fluidos con altas concentraciones. En los mismos se observó y evaluó la influencia del componente sólido en el valor de la viscosidad, aunque en ambos casos no se tuvieron en cuenta otros factores influyentes en la viscosidad de mezclas, como el pH y diámetro medio de las partículas, lo que limita la aplicación de la metodología.

Se señala como principal limitación de estos trabajos, no tener en cuenta el comportamiento reológico del fluido para variaciones de la temperatura; siendo esta variable de gran influencia en la estructura y propiedades de la materia, según refieren los resultados obtenidos por diferentes investigaciones [5].

El avance tecnológico en la industria del petróleo se debe en buena medida a las herramientas y metodologías proporcionadas por la física. En particular, los estudios reológicos y dieléctricos se pueden considerar como los más conocidos y eficaces para estudiar los petróleos parafínicos y asfálticos.

En los últimos años las herramientas aplicadas al estudio, caracterización y control de crudos asfálticos y parafínicos, aparecen como técnicas altamente promisorias mediante la aplicación de campos eléctricos y magnéticos, ya sea por separado o combinadas sus acciones con el efecto de la temperatura. El comportamiento electrorreológico de los petróleos crudos, debido a la presencia de asfaltenos, es un campo totalmente nuevo que puede desentrañar algunas características aún desconocidas de estos últimos; la aplicación de campos eléctricos en petróleos con contenido de agua puede acelerar el rompimiento entre el enlace de fases dispersas y continuas [6].

En el estudio reológico de un petróleo parafínico [7], propuso un método para controlar la acumulación de depósitos de parafina en la tubería de producción y líneas de flujo. La exitosa herramienta previene la obstrucción de la tubería por sedimentos utilizando la caracterización reológica a diferentes temperaturas. La aplicación del campo eléctrico alterno en la viscosidad del petróleo pesado y su emulsión, donde se observó la formación de largas cadenas de gotas entre electrodos, que resulta de los

dipolos inducidos en las gotas de agua en presencia del campo eléctrico, similar a lo observado en fluidos electrorreológicos.

El comportamiento visco simétrico de un petróleo crudo de baja viscosidad con 7 % de contenido de asfaltenos; muestra una dilatancia atípica para un crudo de baja viscosidad relativa y también una anomalía termorreológica (mayor viscosidad para una mayor temperatura). La dilatancia mostrada se explica por la presencia de partículas cargadas en suspensión coloidal, lo que podría atribuírsele en este caso a la presencia de asfaltenos [8].

Estudios electrorreológicos de petróleos crudos y emulsiones; demuestran que el comportamiento de la viscosidad en condiciones de flujo para diferentes velocidades de deformación e intensidades de campo, donde observaron un rompimiento rápido de la emulsión, lo que resulta de gran importancia para el proceso de extracción de agua en los crudos.

En las últimas décadas se han realizado varios estudios comparativos de viscosidad relacionados con el método de emulsión de los petróleos pesados; aunque no es el método más empleado en el transporte de petróleos, se resaltan los resultados obtenidos con la Oriemulsión en Venezuela.

1.2.3. Modelo reológico de combustibles pesados

Desde el punto de vista reológico los fluidos se clasifican en newtonianos y no newtonianos, a su vez los fluidos no newtonianos quedan clasificados en tres grupos. La mayoría de los combustibles pesados presentan un comportamiento no newtoniano del tipo pseudoplástico [9]. Su curva de flujo se describe por el modelo de Ostwald de Waele (ecuación 1.1).

$$\tau_{x,y} = K \cdot \dot{\gamma}^n \quad (1.1)$$

Donde: n - índice de flujo; (adimensional). K - índice de consistencia másica; (Pa·s).

$\dot{\gamma}$ - gradiente de velocidad; (1/s).

1.2.4. Factores que influyen sobre el comportamiento reológico

En el proceso de explotación de petróleos, varios factores tienen efecto directo en el comportamiento reológico y en gran medida son aplicados como métodos para mejorar la viscosidad de los mismos. Entre los factores más involucrados al proceso de transporte de petróleos se pueden analizar los efectos del campo electromagnético, la emulsificación, la presión, los aditivos y como factor principal la temperatura.

Efecto del campo electromagnético

Los efectos del campo electromagnético se acentúan en los fluidos cuya distribución de tamaño muestra altos volúmenes de partículas finas, modificándose el equilibrio de atracción-repulsión entre partículas al desplazarse hacia la atracción, debido al predominio de las fuerzas de Van der Waals [10].

Efecto de la emulsificación

El comportamiento reológico de las emulsiones es más complicado que el de las suspensiones sólidas en líquido, ya que las partículas dispersas en las emulsiones son deformables por naturaleza. En la categoría de alta relación de aceite-agua, las emulsiones se comportan como fluidos pseudoplásticos [1]. El método de formulación de emulsiones de petróleo para su aplicación en el transporte, requiere de equipamientos específicos, que de no realizarse un estudio económico adecuado se encarecería el proceso de transporte.

Efecto de la presión

La viscosidad de los líquidos a temperaturas inferiores a la normal de ebullición no está muy afectada para valores moderados de la presión; a presiones muy elevadas la viscosidad puede aumentar considerablemente. Al parecer, esta última, crece con la complejidad molecular, pero no se tiene ningún método seguro de estimación de la viscosidad y en general de las propiedades reológicas de los líquidos a bajas temperaturas y elevadas presiones [11].

Efecto de los aditivos

En ocasiones, distintos tipos de aditivos, capaces de modificar la concentración real de la fase dispersa del sistema, afectan notablemente la reología de este tipo de fluidos. Un papel importante en las mezclas de petróleo lo tiene el orden del mezclado y de la adición de los componentes de la mezcla, porque la reversibilidad o la ruptura del sistema dependen mucho de la estructura que se logre al final de la preparación de la mezcla [12].

Efecto de la temperatura

En la mayoría de los líquidos y suspensiones se ha observado una disminución de la viscosidad con el incremento de la temperatura. En el caso de los fluidos pseudoplásticos el parámetro más afectado es el índice de consistencia másica, notándose poca incidencia en el índice de flujo. En la mayoría de los casos el efecto de la temperatura sobre la viscosidad de líquidos se representa mediante la ley exponencial. En la práctica, la aplicación del efecto de la temperatura para la disminución de la viscosidad del combustible es el método de mayor aplicabilidad, prevaleciendo la dificultad de que la temperatura de transporte se selecciona de manera irracional [4].}

1.2.5. Trabajos relacionados con el transporte de fluidos complejos por tuberías

Relacionado con la modelación del flujo de fluidos no newtonianos en general, se encuentran estudios teóricos de sistemas de ecuaciones en derivadas parciales no lineales que describen el comportamiento de ciertas clases de fluidos no newtonianos; obtienen un modelo para fluidos plásticos Bingham, pseudoplásticos y dilatantes en densidad variable, no descrito en trabajos precedentes [3].

Entre las investigaciones relacionadas para el transporte de petróleos pesados por tuberías, los mismos son aplicables a diferentes regímenes de flujo, en consideración con diferentes diámetros de tubería, lo cual amplía el campo de aplicación de los modelos para casos prácticos, se ha mostrado ciertas desviaciones de predicción del modelo tradicional,

atribuidas al efecto de esfuerzos de cortes perpendiculares a la velocidad del fluido en la tubería, manifestado en los líquidos de viscosidad elevada [13].

La función objetivo para la optimización del transporte por tuberías es usualmente formulada en términos de costos fijos y pocas veces se tienen en cuenta los costos de energía utilizados durante la formulación sólo los costos de inversión, los cuales no representan resultados satisfactorios.

La revisión bibliográfica descrita no da respuesta satisfactoria a la problemática tratada. En la mayoría de los casos se trata la fenomenología de fluidos no newtonianos, que aunque sirven de base para la investigación no describen en su totalidad el fenómeno estudiado (las irregularidades del flujo en régimen laminar).

1.2.6. Modelos utilizados en el cálculo de transporte de fluidos pseudoplásticos

La principal limitación de los modelos teóricos existentes, consiste en su imposibilidad para predecir de manera suficientemente exacta los efectos de mezclado y cambio de densidad del fluido en las tuberías, mientras que las correlaciones empíricas tienen un intervalo limitado de aplicabilidad, cuando no están concebidas bajo criterios de semejanzas para la extrapolación del factor de fricción.

Los números adimensionales principales que permiten establecer el criterio de semejanza en diferentes condiciones de flujo para fluidos son referidos [4].

1.3. MATERIALES Y MÉTODOS RELACIONADOS CON EL TRANSPORTE DEL PETRÓLEO PESADO

1.3.1. Procedimientos metodológicos sobre la determinación del gradiente de presión en conductos circulares

La obtención del modelo teórico-experimental para el transporte del combustible se elabora a partir del uso simultáneo de las ecuaciones de balance de masa, de momentum y de energía, considerándose los efectos de los esfuerzos de mezclado entre capas de flujo.

Para el análisis de los esfuerzos que intervienen en el flujo del combustible por la tubería, se consideró una sección de tubería inclinada con movimiento del fluido hacia arriba y un ángulo (θ) desde la posición horizontal, según se indica en la figura 1.1.

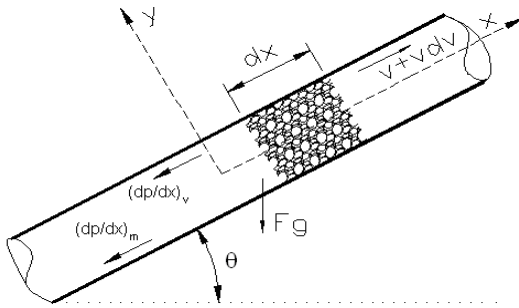


Figura 1.1. Esquema estructural utilizado en la obtención del modelo.

Al modelo de flujo homogéneo, para este caso se le adicionó el gradiente de presión causado por el mezclado entre capas de flujo en la tubería $((dp/dx)_m)$, basándose en los planteamientos de la literatura [1]. Las ecuaciones del modelo homogéneo para flujo en tuberías con la modificación propuestas se expresa como:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{P \cdot \tau_p}{A} + \left(\frac{dp}{dx} \right)_m + \rho \cdot v \cdot \frac{dv}{dx} + \rho \cdot g \cdot \sin \theta \quad (1.1)$$

Donde: A - área de la sección transversal; (m^2), P - perímetro de la tubería; (m). θ - ángulo de inclinación de la tubería; (grados sexagesimales). dp/dx - gradiente de presión en la dirección del flujo; (Pa/m). τ_p - esfuerzo de corte en la pared de la tubería; (Pa). g - aceleración de gravedad; (m/s^2). $(dp/dx)_m$ - gradiente de presión adicional en la tubería, (Pa/m). El gradiente de presión adicional $[(dp/dx)_m]$ es causado por el efecto de mezclado entre las capas de flujo, incrementándose este efecto en el régimen turbulento y en tuberías de diámetros relativamente grande (incremento del recorrido radial de las partículas en la tubería). En la ecuación 1.1, el gradiente de presión longitudinal total en la tubería se divide en cuatro componentes:

$$\frac{dp}{dx} = \left(\frac{dp}{dx}\right)_v + \left(\frac{dp}{dx}\right)_m + \left(\frac{dp}{dx}\right)_a + \left(\frac{dp}{dx}\right)_G \quad (1.2)$$

Donde:

El primer componente $[(dp/dx)_v]$ es el gradiente de presión en la tubería debido al esfuerzo viscoso del fluido, es costumbre asumir a este como la pérdida de carga total de la tubería. La ecuación para el gradiente de presión en la tubería debido al esfuerzo viscoso es:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_v = 2 \cdot K \cdot \left(\frac{3 \cdot n + 1}{n} \cdot \frac{4}{\pi \cdot D^2}\right)^n \cdot \left(\frac{2}{D}\right)^{n+1} \cdot Q^n \quad (1.3)$$

El segundo componente $[(dp/dx)_m]$ es el gradiente de presión adicional por efectos de mezclado entre las capas de flujo en la tubería, que puede estimarse mediante la ecuación de Darcy-Weisbach, ajustada mediante el factor de fricción adicional (λ^*).

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_m = \lambda^* \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \rho \quad (1.4)$$

Donde: λ^* - coeficiente de fricción por rozamiento adicional del fluido; (adimensional).

En este caso λ^* representará los efectos adicionales del gradiente de presión en régimen laminar, manifestados con mayor incidencia en tuberías de gran diámetro (efecto de mezcla entre capas del flujo que no es contemplado por la ecuación 2.3) y se determina por experimentación, correlacionándolo con el número de Reynolds generalizado (Re^*), siendo:

$$\lambda^* = \frac{a}{Re^{*b}} \quad (1.5)$$

Donde: a y b - son coeficientes que dependen del régimen del fluido y de las características propias de este; estos se determinan de forma experimental para cada fluido.

Al sustituir la ecuación 1.5 en la 1.4 y expresándola en función del flujo volumétrico (Q), resulta:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_m = \frac{a}{\text{Re}^{*b}} \cdot \frac{8 \cdot \rho \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D^5} \quad (1.6)$$

El tercer componente $[(dp/dx)_a]$ es el gradiente de presión debido a los cambios de densidad por variaciones de temperaturas en el fluido durante su transporte, donde de la componente de la ecuación 2.2 se resulta que:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_a = \frac{16 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot L \cdot D^4} \cdot (\rho_f - \rho_i) \quad (1.7)$$

Donde: ρ_f y ρ_i - son las densidades final e inicial del combustible durante el transporte por las tuberías cuando existe enfriamiento; (kg/m³).
 L - longitud de la tubería; (m).

El cuarto componente $[(dp/dx)_G]$ es debido a los cambios de energía potencial como consecuencia de los cambios de pendiente en la tubería (ecuación 1.8). En el caso de tuberías horizontales este gradiente de presión se hace cero.

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_G = \rho \cdot g \cdot \text{sen}\theta \quad (1.8)$$

Del análisis realizado y mediante la sustitución de las ecuaciones 1.8; 1.7; 1.6 y 1.3 en la ecuación 1.2, se obtiene la expresión del gradiente de presión para el transporte del combustible pesado por tuberías. El modelo cumple con el comportamiento de un fluido pseudoplástico, lo que queda explícito como:

$$\frac{dp}{dx} = \left[2 \cdot K \cdot \left(\frac{3 \cdot n + 1}{n} \cdot \frac{4}{\pi \cdot D^2} \right)^n \cdot \left(\frac{2}{D} \right)^{n+1} \cdot Q^n + \frac{a}{\text{Re}^{*b}} \cdot \frac{8 \cdot \rho \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D^5} + \dots \right] + \frac{16 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot L \cdot D^4} \cdot (\rho_f - \rho_i) + \rho \cdot g \cdot \text{sen}\theta \quad (1.9)$$

Al expresar la ecuación 1.9, en diferencia de presión y sustituido el $\text{sen}\theta = \Delta Z / L$, la ecuación queda como:

$$\Delta p = \left[2 \cdot K \cdot L \cdot \left(\frac{3 \cdot n + 1}{n} \cdot \frac{4}{\pi \cdot D^2} \right)^n \cdot \left(\frac{2}{D} \right)^{n+1} \cdot Q^n + \frac{a}{\text{Re}^{*b}} \cdot \frac{8 \cdot L \cdot \rho \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D^5} + \dots \right] + \frac{16 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D^4} \cdot (\rho_f - \rho_l) + \rho \cdot g \cdot \Delta Z \quad (1.10)$$

transportan fluidos con comportamiento seudoplástico. Al calcular los sistemas de transporte con el referido modelo se minimizan los errores de escalado, pues el mismo tiene en cuenta los efectos reales de flujo en las tuberías.

1.3.2. Expresiones para la determinación de pérdidas de presión por resistencias locales

Para el caso de pérdidas locales en los codos estándar ($r/D = 1$), a partir de los resultados mostrados por [14] se obtiene el modelo que describe la caída de presión en codos para fluidos con comportamiento seudoplástico, dada por la relación:

$$\Delta p_{\text{codo}} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{850}{\text{Re}^*} + \frac{0,199}{D^{0,22}} \right] \cdot v^2 \cdot \rho \quad (1.11)$$

Al sustituir la ecuación 1.3 (pérdidas por fricción en la pared de la tubería recta) en la ecuación 1.11, se obtiene la expresión para la determinación de la longitud equivalente en codos estándar, donde:

$$L_{eq, \text{codo}} = \left(\frac{n}{3 \cdot n + 1} \right)^n \cdot \left(\frac{D}{2} \right)^{n+1} \cdot \left(\frac{850}{\text{Re}^*} + \frac{0,199}{D^{0,22}} \right) \cdot \frac{\rho}{4 \cdot K} \cdot v^{2-n} \quad (1.12)$$

El modelo obtenido es considerado como uno de los aporte del trabajo, el cual no ha sido reportado por la literatura especializada teniendo en cuenta las variables involucradas.

Para la estimación de las pérdidas de presión en válvulas de globo y de compuerta.

1.3.3. Expresiones para la determinación de costos y potencia hidráulica de transporte

Son característicos en la formulación del problema de racionalización del transporte de fluidos, el costo atribuible a las tuberías (costos fijos) y el costo energético en cuanto a costos de explotación (costos variables). El costo de bombeo en que se incurre al transportar el fluido se expresa mediante la ecuación 1.13 [1].

$$C_{bom} = \frac{t_{el} \cdot t_t}{\eta_m \cdot \eta_b} \cdot N_h \cdot 10^{-3} \quad (1.13)$$

Donde: C_{bom} - costo de bombeo de la instalación; (CUC/año). N_h - potencia hidráulica; (W). t_{el} - tarifa eléctrica; (CUC/ kW·h). t_t - tiempo de trabajo del equipo; (h/año). η_b - rendimiento de la bomba; (adimensional). η_m - rendimiento del motor eléctrico; (adimensional).

La potencia hidráulica, para el transporte de un fluido pseudoplástico (combustible cubano CM-650), está dada por la relación:

$$N_h = \left[2 \cdot K \cdot L \cdot \left(\frac{3 \cdot n + 1}{n} \cdot \frac{4}{\pi \cdot D^2} \right)^n \cdot \left(\frac{2 \cdot Q}{D} \right)^{n+1} + \frac{a}{Re^{*b}} \cdot \frac{8 \cdot L \cdot \rho \cdot Q^3}{\pi^2 \cdot D^5} + \dots \right] + \frac{16 \cdot Q^3}{\pi^2 \cdot D^4} \cdot (\rho_f - \rho_i) + \rho \cdot g \cdot \Delta Z \cdot Q \quad (1.14)$$

Mediante la ecuación 2.14, reportada por este trabajo, se determina la potencia que se necesita para transportar un fluido del tipo pseudoplástico. Los costos asociados a las tuberías pueden representar una parte importante de la inversión total. En el caso del costo de la instalación de tubería se plantea la expresión:

$$C_F = \frac{C_{tub}^* + C_{mant}}{V_u} \quad (1.15)$$

Donde: C_F - costo fijo de la red de tuberías; (CUC/año·m). C_{tub}^* - costo específico de la tubería; (CUC/m). C_{mat} - costo de mantenimiento de la tubería; (CUC/m). V_u - vida útil de la tubería; (año).

El calentamiento del fluido es el método más utilizado para disminuir la viscosidad del combustible pesado. Para determinar el costo de calentamiento del combustible se propone la ecuación siguiente:

$$C_{cal} = C_v \cdot \overset{\circ}{m}_v \cdot t_t \cdot 3600 \quad (1.16)$$

Donde: C_{cal} - costo por calentamiento del combustible; (CUC/año).
 C_v - costo específico del vapor.

(CUC/kg). $\overset{\circ}{m}_v$ - flujo másico de vapor; (kg/s).

El flujo másico del vapor se obtiene mediante la correlación con el incremento de la temperatura del combustible, a partir de datos experimentales relacionados con el tipo de intercambiador de calor utilizado.

1.3.4. Modelo de la variación de temperatura del fluido en la tubería

Con el objetivo de conocer las variaciones de temperatura durante el transporte del combustible, se realizó la modelación teniendo en cuenta las configuraciones de las tuberías, las propiedades de los materiales y los fluidos que intervienen en el proceso de transporte. Del balance de energía para la tubería, se obtuvo la ecuación de variación de temperatura aplicable al transporte de combustibles pesados por tuberías (ecuación 1.17).

$$\Delta t = \frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot (t_i - t_e)}{Q_p \cdot \rho_p \cdot c_{pp} \left(\frac{1}{r_0 \cdot 0,023 \cdot \text{Re}_p^{0,8} \cdot \text{Pr}_p^{0,3} \cdot \frac{k_p}{D_i}} + \frac{1}{k_A} \cdot \ln \left(\frac{r_1}{r_0} \right) + \dots + \frac{1}{k_B} \cdot \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) + \frac{1}{k_C} \cdot \ln \left(\frac{r_3}{r_2} \right) + \frac{1}{r_3 \cdot 0,245 \cdot \text{Re}_a^{0,6} \cdot \frac{k_a}{D_e}} \right)} \quad (1.17)$$

Donde: t_i - temperatura del fluido en el interior de la tubería; (°C).
 t_e - temperatura exterior del aire; (°C). r_0 - radio interior de la tubería; (m). r_1 - radio exterior de la tubería; (m). r_2 - radio exterior del aislante; (m). r_3 - radio exterior del protector del aislamiento; (m). k_A - coeficiente de conductividad térmica de la tubería; (W/m·°C). k_B - coeficiente de conductividad térmica del aislante; (W/m·°C). k_C - coeficiente de conductividad térmica del protector; (W/m·°C).

El empleo de este modelo (ecuación 1.17), para la simulación del transporte del combustible pesado, posibilita determinar las variaciones de temperaturas del fluido al ser transportado por tuberías, y facilita conocer si estas variaciones son significativas.

1.3.5. Metodología para la toma de datos experimentales

Mediante la obtención de los gradientes de presión se elaboró el gráfico de la pendiente hidráulica ($i = f(v)$) para el flujo del combustible durante el transporte por tuberías; la misma se determinó por la expresión.

$$\frac{\Delta p}{L} = i \lambda \quad (1.18)$$

El factor de fricción quedará determinado por la relación:

$$\lambda = i \cdot \frac{2 \cdot D}{\rho \cdot v^2} \quad (1.19)$$

Con la obtención del gráfico $\lambda = f(Re)$ se estableció la correlación entre el factor de fricción con el aumento del número de Reynolds. El número de Reynolds se determinó en dependencia del modelo reológico del fluido estudiado. La velocidad de transición se comprueba por la expresión 1.20, obtenida a partir del número de generalizado de Reynolds y el número de Reynolds crítico para fluidos pseudoplásticos.

$$v_{tran} = \left[[2100 + 875 \cdot (1 - n)] \cdot \frac{K}{\rho \cdot D^n \cdot 8^{1-n}} \cdot \left(\frac{3 \cdot n + 1}{4 \cdot n} \right)^n \right]^{\frac{1}{2-n}} \quad (1.20)$$

La ecuación 1.20, se plantea por primera vez en este trabajo, esta se emplea para determinar la velocidad de transición al experimentar las pérdidas de presión en las tuberías con combustible de comportamiento pseudoplástico.

1.4. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS RACIONALES EN EL TRANSPORTE DEL PETRÓLEO CRUDO

1.4.1. Introducción

Los estudios experimentales de las propiedades de transporte del combustible, posibilitan una mejor selección de modelos para la adecuación de los métodos de cálculo. Las correlaciones empíricas tienen implícito el comportamiento real del fenómeno en estudio, este es un método válido independientemente de la complejidad del problema. Sin embargo, su

precisión es adecuada si se utilizan dentro del intervalo de aplicación en el cual fueron desarrolladas. Relacionado con este planteamiento, se proponen como objetivos del capítulo:

- Analizar la dependencia entre los factores influyentes en el comportamiento de las propiedades de transporte del combustible y su incidencia en el grado de validación de los modelos.
- Determinar los parámetros de transporte del combustible pesado, a partir de la propuesta de un método para la obtención de la temperatura racional de flujo.

1.4.2. Resultados experimentales de la reología del combustible pesado

A partir del estudio reológico, se construyeron las curvas de flujo mediante el empleo de software (MatLab y el tabulador Microsoft Excel), donde se identificaron los parámetros del modelo matemático que relaciona el esfuerzo de corte con el gradiente de velocidad, así como su coeficiente de correlación.

Al representar gráficamente los datos experimentales τ en función de $\dot{\gamma}$, se obtuvieron los parámetros reológicos y los coeficientes de correlación, a partir del ajuste del modelo reológico, según se indica en la tabla 1.2.

Tabla 1.2. Parámetros reológicos obtenidos y coeficiente de correlación múltiple.

No	Parámetros	Temperatura				
		29 °C	38,6 °C	50,2 °C	57,4 °C	69,8 °C
1	K (Pa·s)	13,55	6,89	3,097	2,22	1,46
2	n (adim.)	0,917	0,926	0,926	0,925	0,929
3	R^2	0,997	0,999	0,997	0,998	0,997

El coeficiente de correlación múltiple (R^2) en todos los casos fue superior a 0,996; por lo que se considera satisfactorio el ajuste de los modelos a los datos experimentales, indicativo de que se experimenta un fluido estable. Para los menores valores del gradiente de velocidad se manifestó un mayor cambio de la viscosidad, asociado a cambios de estructuración en el comportamiento de las partículas dispersas en el combustible. Los resultados obtenidos justifican la necesidad de conocer los parámetros reológicos del combustible para diseñar y evaluar su sistema de transporte, aspecto muy importante al trabajar con este tipo de fluido.

1.4.3. Análisis de la influencia de la temperatura en las propiedades

Al aumentar la temperatura, se observó que los valores del índice de consistencia másica disminuyeron. El índice de flujo mostró variaciones poco significativas, con el valor promedio de 0,925 [4].

Realizando el ajuste del comportamiento del índice de consistencia másica (K) a la ley exponencial, se obtuvo la correlación en función de la temperatura (ecuación 1.21) con un coeficiente de correlación múltiple de 0,97. El grado de adecuación del modelo con los datos experimentales se confirma en el análisis de Fisher donde el valor crítico fue menor que el valor calculado ($F_{crit} < F$), por lo que la dispersión entre los resultados obtenidos no es significativa.

$$K = 59,86 \cdot e^{(-0,056 \cdot t)} \quad (1.21)$$

La función obtenida (ecuación 1.21) posibilita simular el comportamiento del índice de consistencia másica (K) al variar la temperatura (t), teniendo como recomendación que es válida sólo para las condiciones experimentales en la que fue ajustada.

La viscosidad aparente del combustible, para variaciones de la temperatura y el gradiente de velocidad, se obtiene a partir de las propiedades reológicas; siendo estas las variables con mayor incidencia en los cambios de la viscosidad aparente para un fluido pseudoplástico, donde:

$$\mu_a = \frac{59,86}{e^{0,056 \cdot t}} \cdot \left(\frac{8,16 \cdot v}{D} \right)^{-0,075} \quad (1.22)$$

Para variaciones de la temperatura la densidad manifestó un comportamiento decreciente con tendencia logarítmica. A partir de los resultados obtenidos se correlacionó el comportamiento de la densidad del combustible en función de la temperatura, determinándose según la ecuación 1.23, obtenida con un coeficiente de correlación múltiple de 0,989; lo que satisface los resultados esperados mediante el análisis de la adecuación del modelo.

$$\rho = -7,62 \cdot \ln(t) + 1012 \quad (1.23)$$

Donde: ρ - densidad del combustible; (kg/m^3). t - temperatura a la que se desea conocer la densidad; ($^{\circ}\text{C}$).

De la misma manera se exponen el comportamiento de los valores de la capacidad calorífica a presión constante y la conductividad térmica. Para los valores experimentados de la capacidad calorífica del combustible se observó una tendencia creciente, para la cual se obtiene la ecuación 1.24 con un coeficiente de correlación múltiple de 0,96; considerándose satisfactorios los resultados de predicción.

$$c_p = 8,56 \cdot t + 1483 \quad (1.24)$$

Según la tendencia de los puntos experimentales la conductividad térmica se puede predecir mediante la ecuación 1.5, la misma es ajustada para un coeficiente de correlación de 0,982.

$$k = (-0,13 \cdot t + 149,1) \cdot 10^{-3} \quad (1.25)$$

Sustituyendo las ecuaciones 1.24, 1.25 y 1.22 en la ecuación general del número de Prandtl, se obtiene la expresión del número de Prandtl (ecuación 1.26) particularizada para el combustible cubano CM-650.

$$Pr = \frac{(0,856 \cdot t + 1483)}{(-0,13 \cdot t + 149,1) \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{59,86}{e^{0,056 \cdot t}} \cdot \left(\frac{8,16 \cdot v}{D} \right)^{-0,075} \quad (1.26)$$

Mediante este modelo (ecuación 1.26) se pueden simular los valores de las propiedades que relacionan dicho combustible para variaciones de la temperatura y del gradiente de velocidad, de esencial aplicación en la racionalización del transporte por tuberías de fluidos con intercambio térmico.

1.4.4. Adecuación del modelo de variación de temperatura en la tubería

Para obtener las variaciones de temperatura, se realizó un muestreo en la instalación, donde se obtuvieron los resultados del gradiente de temperatura para tres flujos volumétricos, en busca de una mayor variabilidad de los datos, los cuales se utilizaron para la determinación del error de predicción del modelo, según se indica en la tabla 1.3.

Tabla 1.3. Comparación de las variaciones de la temperatura en la tubería.

Q (m ³ /s)	Diámetros (m)	Longitud (m)	Δt (°C)				Error (%)
			Teórico	(Exp.)1	(Exp.)2	Promedio	
0,015	0,4	104,73	0,44	3,80	3,50	3,65	1,17
	0,3	7,45	0,04	2,50	1,90	2,20	0,79
	0,2	660	3,80	8,25	7,94	8,10	1,55
	Error promedio						1,17
0,029	0,4	104,73	0,36	3,30	2,80	3,05	0,98
	0,3	7,45	0,029	1,28	1,17	1,23	0,44
	0,2	660	2,68	7,22	7,30	7,26	1,66
	Error promedio						1,03
0,044	0,4	104,73	0,3	5,30	5,60	5,45	1,88
	0,3	7,45	0,023	1,26	1,23	1,25	0,45
	0,2	660	2,03	7,22	6,90	7,06	1,83
	Error promedio						1,39

La tabla 1.3 muestra las diferencias de temperatura para tres diámetros de tuberías y tres flujos volumétricos, con los errores calculados en Kelvin y obtenidos los puntos experimentales para dos réplicas. Al comprobar el modelo del gradiente de temperatura en la tubería de transporte del combustible, en ninguno de los casos el error sobrepasó el 1,39 %.

1.4.5. Análisis del modelo del gradiente de presión

La determinación de los parámetros indeterminados (*a* y *b*) del modelo del gradiente de presión, se realiza a partir de conocer las propiedades reológicas del combustible cubano CM-650, donde se hace necesario comparar los valores de las simulaciones y del proceso de transporte. Los parámetros de ajuste seleccionados, serán los que garantizan la condición, *error* → *min*.

Para el análisis de los valores de la pendiente hidráulica, se compararon los valores experimentales con los resultados teóricos obtenidos mediante el empleo de la ecuación 1.10, despreciando los efectos de mezclado en el gradiente de presión para el régimen laminar. En la figura 1.2 y 1.3, se muestran los resultados de pendiente hidráulica (teórica y experimental) para cada diámetro de tubería examinado, observándose la tendencia a desviaciones entre los modelos presentes en las literaturas [3].

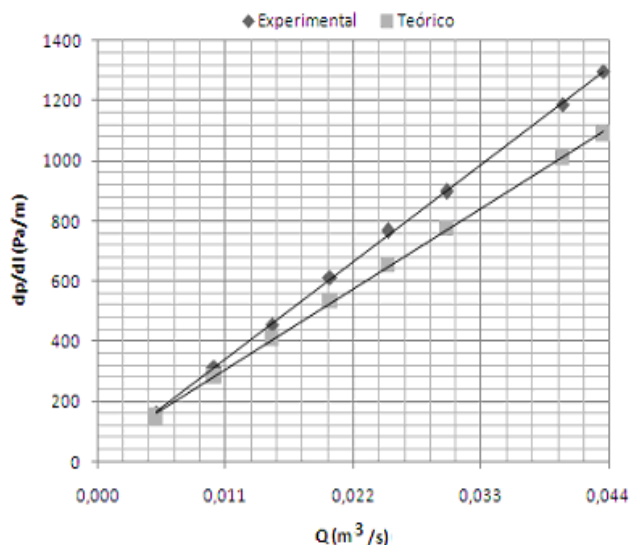


Figura 1.2. Pérdidas específicas de presión en función del flujo volumétrico del petróleo para la tubería de 0,2 m de diámetro.

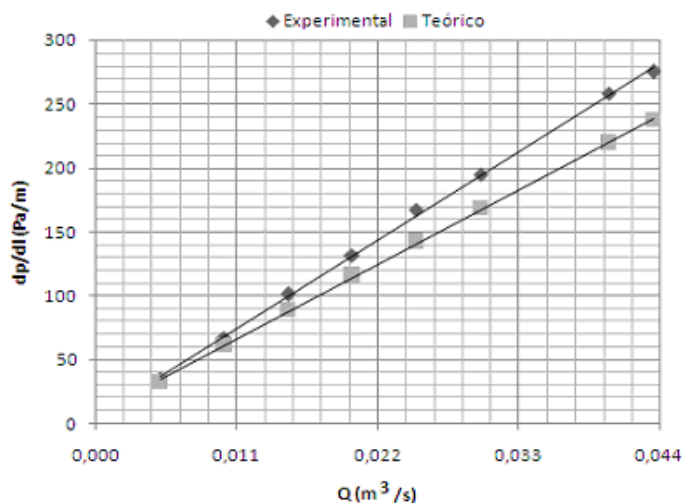


Figura 1.3. Pérdidas específicas de presión en función del flujo volumétrico del petróleo para la tubería de 0,3 m de diámetro.

Se resalta que a medida que aumenta la velocidad del fluido en la tubería el error tiende a ser mayor. El error se le atribuye al mezclado entre capas que manifiesta el combustible al fluir por la tubería.

1.4.6. Obtención de los parámetros del modelo del gradiente de presión

A partir de los resultados experimentales, se obtiene la relación de ajuste del modelo del gradiente de presión, basado en las diferencias encontradas entre los datos reales y el error de la simulación con el modelo analizado. A partir del error del modelo, se infirió el ajuste según se indica en la figura 1.4.

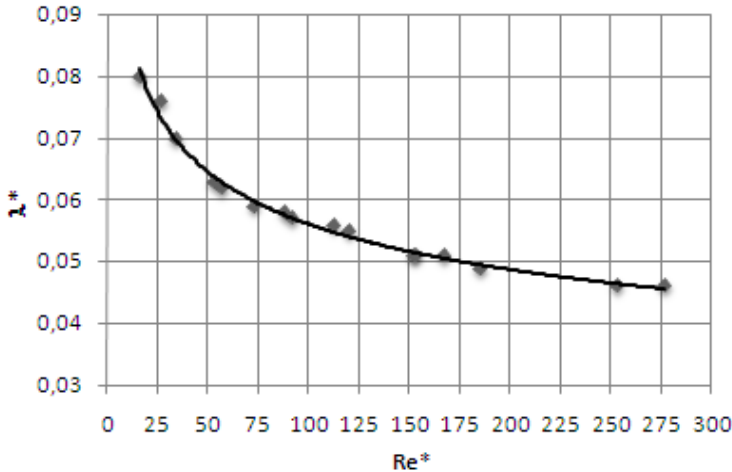


Figura 1.4. Factor de fricción adicional en función del número de Reynolds.

La relación de los valores de coeficientes obtenidos para el factor de fricción adicional, a partir del análisis de la figura 1.4 se expresa como:

$$\lambda^* = \frac{0,14}{Re^{*0,2}} \quad (1.27)$$

La expresión anterior satisface el ajuste del modelo del gradiente de presión para el rango de datos experimentados; los resultados de adecuación del modelo general son reafirmados por razón de la prueba F, donde $F_{crit} < F$.

1.4.7. Proceso para la obtención de la temperatura racional de transporte del combustible cubano CM-650

Para la determinación del costo total del sistema, se parte de la relación de costo simultáneo de bombeo, calentamiento y de las tuberías (ecuación 1.28), siendo esta la función objetivo para la racionalización del sistema de transporte.

$$Ct = C_{bom.} + C_{cal.} + L \cdot C_F \quad (1.28)$$

Siendo: C_{bom} - costo de bombeo; (\$/año). C_{cal} - costo pro calentamiento del combustible; (\$/año). C_F - costo fijo de la red de tuberías; (\$/año·m). La temperatura racional queda determinada por la temperatura a la cual el costo total de la instalación alcanza su valor mínimo; para esta solución se elaboró una aplicación informática en MatLab, que facilita encontrar el punto mínimo global usando el método de búsqueda exhaustiva.

1.4.8. Obtención de la temperatura racional de transporte, estudio de casos

El comportamiento de los costos de operación de los sistemas estudiados, se examinó mediante la interrelación de los parámetros de cada uno de los elementos característicos del transporte. Se parte del conocimiento de los parámetros específicos del costo de la instalación del primer impulso de una central termoeléctrica y la instalación de un sistema de bombeo de un puerto.

El costo específico de la tubería con aislamiento, se determina a partir de la función aproximatoria obtenida de los precios de materiales (ecuación 1.29), donde viene dada por:

$$C_{tub} = 22,41 \cdot D^{0,147} \quad (1.29)$$

Para el caso particular de los intercambiadores de calor de tubo y coraza utilizados en la central termoeléctrica de Felton y en la empresa puerto de Moa, se obtuvo la correlación:

$$m = 0,0326 \cdot (t_e - t_s) \quad (1.30)$$

Siendo: t_e - temperatura del combustible a la entrada del intercambiador de calor; (°C). t_s - temperatura del combustible a la salida del intercambiador de calor; (°C).

La ecuación general del costo total de transporte del combustible crudo, ajustada según los parámetros característicos obtenidos, se plantea como:

$$Ct = \left\{ \frac{t_{el} \cdot t_i \cdot 10^{-3}}{\eta_m \cdot \eta_b} \cdot \left(2 \cdot K_{med} \cdot L \cdot \left(\frac{16,32}{\pi \cdot D^2} \right)^{0,925} \cdot \left(\frac{2 \cdot Q}{D} \right)^{1,93} + \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{0,14}{Re_{med}^{*0,2}} \cdot \frac{8 \cdot L \cdot \rho_{med} \cdot Q^3}{\pi^2 \cdot D^5} + \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{16 \cdot Q^3}{\pi^2 \cdot D^4} \cdot (\rho_f - \rho_i) + \rho_{med} \cdot g \cdot \Delta Z \cdot Q \right) + \dots \right\} \quad (1.31) \\ + C_v \cdot 0,0326 \cdot (t_b - t_e) \cdot t_i \cdot 3600 + L \cdot \left(\frac{30,5 \cdot D^{0,147}}{V_u} \right)$$

Una vez conocidos los parámetros propios de operación de las instalaciones de bombeo del combustible pesado y las condiciones ambientales e introduciendo estos datos en las ventanas de la aplicación informática.

The image shows two side-by-side data entry windows from a software application. The left window is titled 'Entrada de datos Felton' and the right window is titled 'Entrada de datos Puerto Moa'. Both windows have a blue title bar and a yellow background for the data entry fields. Each window contains 18 data entry fields with labels in Spanish and numerical values entered in the corresponding input boxes. At the bottom of each window are 'OK' and 'Cancel' buttons.

Entrada de datos Felton	Entrada de datos Puerto Moa
Rango de temperatura de bombeo (°C) 29.1.70	Rango de temperatura de bombeo (°C) 29.1.70
Temperatura de entrada en el intercambiador de calor (°C) 35	Temperatura de entrada en el intercambiador de calor (°C) 29
Radios de la tubería(m) [ro r1 r2 r3] [0.1 0.103 0.128 0.130]	Radios de la tubería(m) [ro r1 r2 r3] [0.125 0.128 0.153 0.155]
Costo del vapor (CUC/kg) 0.006	Costo del vapor (CUC/kg) 0.017
Tiempo de trabajo (horas/año) 8784	Tiempo de trabajo (horas/año) 4392
Índice de flujo 0.925	Índice de flujo 0.925
Diámetro de tubería (m) 0.2	Diámetro de tubería (m) 0.25
Flujo volumétrico del petróleo (m³/s) 0.03	Flujo volumétrico del petróleo (m³/s) 0.05
Longitud de la tubería (m) 779	Longitud de la tubería (m) 5100
Altura geodésica (m) 9	Altura geodésica (m) 21
Tarifa eléctrica (CUC/MV/h) 0.09	Tarifa eléctrica (CUC/MV/h) 0.09
Rendimiento de la bomba y el motor (Rb Rm) [0.74 0.91]	Rendimiento de la bomba y el motor (Rb Rm) [0.71 0.93]
Número de codos 12	Número de codos 14
Conductividad térmica de la tubería, aislante, protector (W/m.°C) [ka kb kc] [60.5 0.035 237]	Conductividad térmica de la tubería, aislante, protector (W/m.°C) [ka kb kc] [60.5 0.035 237]
Velocidad del aire (m/s) 7	Velocidad del aire (m/s) 7.5
temperatura del aire (°C) 26.2	temperatura del aire (°C) 27.1

Figura 1.5. Ventanas para la entrada de datos.

Se obtienen los valores de las temperaturas racionales para los casos de estudio. La simulación de los costos para la sección del primer impulso en la central termoeléctrica y para el sistema de bombeo del puerto, conllevó a la obtención de los siguientes resultados, según se muestra en las figuras 1.6 y 1.7 respectivamente.

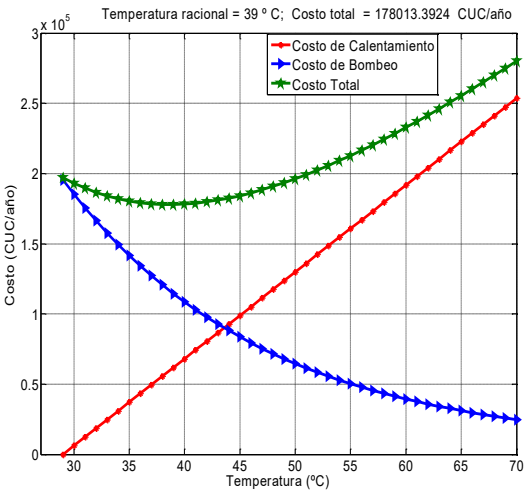


Figura 1.6. Valores racionales para la instalación de primer impulso.

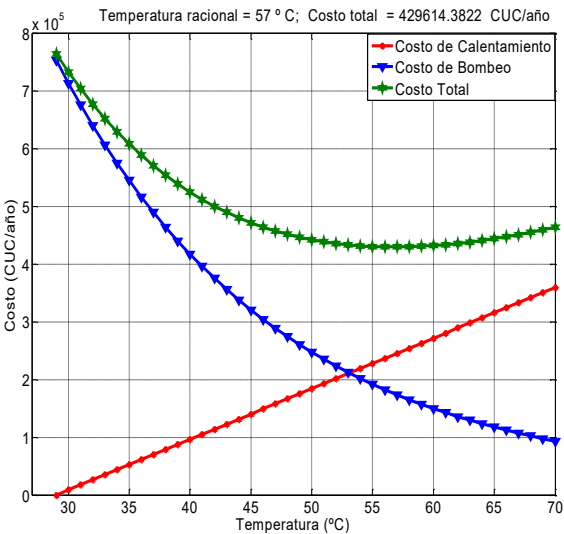


Figura 1.7. Valores racionales para la instalación del puerto.

La combinación del costo de calentamiento con el costo de bombeo, asociados con el costo fijo, posibilitó la búsqueda de los valores mínimos de costo de operación. Para las instalaciones analizadas se encuentra que la temperatura actual de bombeo del combustible supera a la temperatura racional con 26 °C, superior en la instalación de la sección del primer impulso, en la central termoeléctrica y 13 °C en la instalación de puerto, según se infiere de las figuras 1.6 y 1.7

1.5. Conclusiones generales

- Según los programas experimentales analizados, el combustible presentó un comportamiento del tipo pseudoplástico, notándose poca influencia de las variaciones de temperatura en los valores obtenidos del índice de flujo, con el valor de 0,925 como promedio.
- De acuerdo con los resultados del análisis de las pérdidas de cargas teóricas y experimentales, se mostró que las caídas de presión en las tuberías durante el transporte del combustible, son influenciadas por la variación de la temperatura del fluido, el rozamiento viscoso y los efectos de mezclado entre capas de flujo. El modelo se complementa con las correlaciones obtenidas de las propiedades del combustible en función de la temperatura y los costos asociados al proceso de transporte.
- Mediante la simulación de los sistemas de transporte de combustible, considerando los efectos reales de flujo por tuberías y la obtención de la temperatura racional, se confirma la posibilidad significativa de reducir el consumo de energía, incidiéndose de forma directa en la disminución de los costos de operación. En los dos casos analizados se evidenció un ahorro monetario de 110 972,23 \$/año.
- Con la implementación del método propuesto para la obtención de la temperatura racional de transporte del combustible, se hizo factible la aplicación computacional para la simulación de diferentes condiciones de operación de los sistemas de bombeo, lo que viabiliza el periodo de obtención de los valores de temperatura para costo mínimo de transporte.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS CAPÍTULO 1

- [1] J. Somoza y A. García, «Escenarios macroeconómicos a largo plazo del desarrollo energético y su impacto ambiental,» de *INIE*, 2002.
- [2] H. Laurencio, «Método para la determinación de parámetros racionales de transporte por tuberías del combustible cubano crudo mejorado 650,» Tesis de doctorado, Holguín, Cuba, 2012.
- [3] H. Laurencio, «Método de cálculo para el transporte de emulsiones de petróleo pesado por tuberías,» Tesis de Maestría, Holguín, Cuba, 2007.
- [4] B. Nekrasov, B., Hidráulica., Moscú: Editorial MIR, 1990.
- [5] S. Trapeznikov, «Fundamentación de los regímenes de temperaturas de trabajo de los oleoductos superficiales en caliente,» Instituto de Minas de San Petersburgos, Rusia, 2011.
- [6] R. Mechetti y L. Zapana, «73. MechettiEstudio comparativo de actividad electrorreológica en petróleos argentinos,» de *I Encuentro Internacional de Física aplicada a la Industria del Petróleo y IV Escuela Nacional de Física de la Materia Condensada*, Bucaramanga, Colombia, 2000.
- [7] H. Harms, «Oil tool and method for controlling paraffin deposits in flow lines and downhole Strings,» de *Patent 20 32 005*, 1991.
- [8] I. Frigaard, G. Vinay y A. Wachs, «Model of displacement flow of a crude oil from a pipeline,» *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 46, n° 6, pp. 102-109, 2007.
- [9] H. Laurencio, Y. Retirado y A. Gilbert , «Modelado de la viscosidad aparente de un petróleo crudo de 11° API con comportamiento no newtoniano,» *Revista chilena de Ingeniería*, vol. 25, n° 4, pp. 674-680, 207.
- [10] C. Balan, D. Broboana, E. Gheorghii y L. Vékás, «Rheological characterization of crude oils and complex fluids in electro-magnetic fields,» *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 42, n° 2, pp. 92-103, 2008.
- [11] R. Hunter, *Fundamental of colloid science*, New York: Oxfor University, 2007.

- [12] F. José, Interviewee, *Especialidad: Ingeniería Química*. [Entrevista]. 14 Mayo Titular, Universidad de Oriente. Santiago de Cuba. Miércoles, 9:00 a.m., 14 de mayo de 2011..
- [13] A. Japper, P. Escudier y J. Poole, «Laminar and turbulent pipe flow of a polymer solution,» *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 48, n° 5, pp. 43-55, 2009.
- [14] R. Darby, «Take the mystery out of non-newtonian fluids,» *Chemical Engineering*, vol. 32, n° 3, pp. 66-73, 2001.

CAPÍTULO 2. MODELACIÓN MATEMÁTICA Y SIMULACIÓN DEL TRANSPORTE NEUMÁTICO DEL MINERAL LATERÍTICO

Ing. Enrique Torres Tamayo; Dr. C.

Universidad Técnica de Cotopaxi, Ecuador

enrique.torres@utc.edu.ec

2.1. INTRODUCCIÓN AL CAPÍTULO

Aunque el transporte neumático presenta índices ecológicos superiores a otros transportadores mecánicos su empleo se ha visto limitado por el excesivo gasto de energía que alcanza los 18,82 MJ/T. Las causas que originan esta dificultad son: la incorrecta selección de la velocidad del gas transportador, la existencia de los alimentadores sinfin y la infinita variedad de características físicas y aerodinámicas de los materiales a transportar, que conducen a la inexactitud de los proyectos de las instalaciones neumáticas derivadas de la ausencia de investigaciones científicas y trabajos experimentales en esta ciencia.

A partir de los conocimientos existentes para el transporte neumático de sólidos en las fases fluida y densa se deduce un modelo teórico descriptivo, cuyos parámetros (diferencia de velocidad entre el gas y el sólido y velocidad de flotación) se obtienen con datos experimentales de una instalación a escala semi – industrial. Para obtener los parámetros del modelo se utiliza el método de solución de ecuaciones diferenciales Runge – Kutta cuarto orden como parte de un procedimiento iterativo que conduce a la minimización del módulo del error promedio entre los valores experimentales y los predichos por el modelo.

Con el empleo del modelo se simula la dependencia de las pérdidas de presión, el flujo másico de sólido y la concentración de la mezcla en función del flujo másico de gas de los sistemas de transporte neumático. Se comparan los parámetros actuales con los simulados en diferentes condiciones de trabajo.

Los resultados de la investigación predicen que el incremento de la concentración de la mezcla desde 12,8 hasta 30 kg/kg, permite reducir el consumo específico de energía en 13,45 MJ/T. El consumo total de energía se reduce en 3012 kW-h.

El incremento de la eficiencia de los diferentes equipos e instalaciones que componen los procesos industriales de transporte de minerales lateríticos, incide considerablemente en la reducción del consumo de portadores energéticos. Los principales procesos para la modernización de sus plantas, con el objetivo de disminuir los costos en la producción de cada tonelada de níquel, y el perfeccionamiento para hacerla más competitiva en el mercado internacional. Este último como proceso integral no puede soslayar el impulso tecnológico a partir de una aplicación consecuente de la ciencia y la técnica.

Existen diferentes fábricas en funcionamiento para la obtención de concentrado de níquel más cobalto con tecnología carbonato amoniacal y varias industrias en fase de proyecto para obtener ferroníquel. Dentro de una fábrica metalúrgica concurren complejos sistemas que muestran diferentes comportamientos con dinámicas muy variadas, algunos de estos agregados ubicados en las plantas de preparación del mineral y hornos de reducción son los sistemas de transporte neumático.

El transporte neumático por sus múltiples ventajas constituye uno de los medios más avanzados de transporte de sólidos; el mismo se encuentra ampliamente aplicado en el ámbito mundial. A nivel mundial su uso hasta el momento se reduce a la industria del níquel y en menor medida al transporte de harina, cemento, entre otros; luego de una gran campaña de ahorro de energía y combustible, se hace necesario, de acuerdo con el nivel que ha alcanzado la industria del níquel y su posterior desarrollo: modernizar los medios de transporte neumático del mineral laterítico que contribuye a incrementar la productividad del trabajo, mejorar las condiciones higiénico – sanitarias de los trabajadores del níquel, reducir los gastos anuales y aportar otros beneficios a la sociedad.

En las empresas del níquel con tecnología carbonato amoniacal, aunque el transporte neumático presenta índices ecológicos superiores a otros transportadores mecánicos su empleo se ha visto limitado por el excesivo gasto de energía que alcanza los 18,82 MJ/T. Las causas que originan esta dificultad son: la incorrecta selección de la velocidad del gas transportador, la existencia de los alimentadores sinfín y la infinita variedad de características físicas y aerodinámicas de los materiales a transportar, que conducen a la inexactitud de los proyectos de las instalaciones neumáticas derivadas de la ausencia de investigaciones científicas y trabajos experimentales en esta ciencia.

La modelación del transporte de flujos bifásicos gas - sólido en el transporte neumático del mineral laterítico y el cálculo de su pérdida de presión es una tarea novedosa; debido a las diferentes características físicas y aerodinámicas de los materiales que implican distintos tipos de flujos, cada uno requiere su propio modelo con el objetivo de proporcionar un método de cálculo específico. El transporte en fase fluida se recomienda en distancias superiores a un kilómetro; en longitudes menores a las anteriores se debe emplear, siempre que sea posible, el transporte en fase densa debido a su menor consumo energético. Todos los sistemas de transporte neumático de las empresas del níquel poseen distancias menores a los 600 metros.

La situación actual del transporte neumático en las plantas de preparación del mineral y hornos de reducción con tecnología Carbonato Amoniacal, se caracteriza por las siguientes deficiencias:

- La concentración a la que se produce el transporte neumático del mineral laterítico es baja (alrededor de 12,8 kg/kg).
- Las limitaciones de los métodos existentes para la proyección, selección y cálculo de los parámetros racionales de transporte neumático del mineral laterítico.

A partir de estas deficiencias se declara como **situación problemática** actual: El elevado consumo energético en el transporte neumático del mineral laterítico en procesos con tecnología Carbonato Amoniacal y el problema científico está relacionado con el insuficiente conocimiento acerca del efecto de la velocidad del aire y la concentración de la mezcla sobre el consumo energético del transporte neumático del mineral laterítico en fases fluida y densa.

En la temática estudiada se presenta un problema interesante no abordado en la literatura hasta el momento que son los sistemas bifásicos sólido - gas en fases fluida y densa para este tipo de material. Se han desarrollado diferentes investigaciones sobre el transporte neumático del bagazo en tuberías verticales, horizontales y codos [1], [2], [3] para concentraciones encontradas en la llamada fase fluida, con lo que no se completa el sistema de conocimientos teóricos y empíricos para seleccionar los parámetros racionales del transporte del mineral laterítico y proyectar futuras instalaciones.

El conocimiento del proceso, el desarrollo de modelos matemáticos

que representen los fenómenos físicos de los sistemas, la simulación en computadora de sus características y, en fin, el proyecto para la implementación de nuevas tecnologías es un tema de primordial importancia en el desarrollo actual del sector industrial.

En el presente capítulo se establecen los fundamentos teóricos existentes, conjugado con métodos empíricos, que permitan obtener un modelo empírico – teórico, útil para predecir los valores satisfactorios de los parámetros de trabajo en los sistemas de transporte neumático de lateritas en procesos con tecnología Carbonato Amoniacal. Ello exige la necesidad de conocer las principales propiedades físicas y aerodinámicas del material investigado: el mineral laterítico; así como a partir del modelo empírico - teórico simular las características de transporte y seleccionar los parámetros racionales para un transporte eficiente en fase fluida o densa. Entonces se podrán proponer nuevas tecnologías que respondan en su diseño a las necesidades que demanda el proceso, donde se establece un orden de jerarquía desde el punto de vista energético.

2.2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA RELACIONADA CON EL TRANSPORTE NEUMÁTICO DE MATERIALES

Una investigación científica de acuerdo con lo planteado por Aróstegui, en cualquier área del conocimiento debe siempre estar sustentada por una investigación teórica y empírica, de ahí que sea necesario utilizar los métodos que caracterizan a cada una de ellas para desarrollar científicamente las mismas a partir de una clara caracterización del objeto, del planteamiento del problema, los objetivos, la hipótesis y las tareas.

En el desarrollo de la investigación se consultaron diferentes trabajos y estudios, la revisión bibliográfica estuvo dirigida en dos líneas fundamentales: una, la información relacionada con el enfoque teórico - metodológico y otra, los trabajos que sobre el tema del transporte neumático desde el punto de vista científico, técnico y práctico se han efectuado en los últimos años.

Respecto al primer elemento, resulta muy útil la revisión de los trabajos de Mesarovich [4] que aborda la temática relacionada con la teoría general de los sistemas y la metodología de las investigaciones sistémicas. Según [5], este autor conceptualiza con claridad los métodos sistémicos de análisis del conocimiento científico, permitiéndole al investigador su empleo para

sustentar teóricamente la investigación. A pesar que algunos términos y definiciones han evolucionado en el presente, su esencia se mantiene vigente.

Una vez definida la teoría de sistema, como base teórica de la investigación, fue necesaria la búsqueda de métodos que permitieran la identificación y el análisis de los diferentes aspectos (subsistemas) que tributan al proceso de transporte neumático en tuberías horizontales, verticales y codos como sistema integrado. Se basan en el principio físico que el aire bajo ciertas condiciones puede ser utilizado para transportar materiales pesados que crea una caída de presión entre el inicio y el final de la tubería [6].

Según Pacheco [3], las teorías más divulgadas sobre el transporte neumático por tuberías horizontales, verticales y codos que aparecen en la literatura, establecen relaciones entre sus datos experimentales y cierto coeficiente que vincula las pérdidas por fricción totales del proceso de flujo que incluye ambas fases (sólida y gas) y las pérdidas por fricción debido al gas, que en esta investigación es el aire limpio. Interesante en este campo resulta importante el análisis de la influencia de la fricción del aire y la mezcla aire - sólido en el transporte neumático, se determinan las pérdidas de presión a partir de un coeficiente de mezcla que incluye todos los parámetros influyentes en el transporte neumático. Otros trabajos dirigidos en la misma dirección es el desarrollado por [7]. En el artículo citado no se parte de un razonamiento teórico del comportamiento físico de los sistemas, por lo que limita su aplicación a las condiciones planteadas en los experimentos. Esto aumenta el error que se comete cuando se aplican los resultados en el transporte de otros materiales.

En los últimos años se han incrementado las investigaciones relacionadas con el transporte neumático de diversos materiales, la mayoría de los autores [8] distinguen dos fases fundamentales: la fluida o diluta y la densa; en esta última se realizan diferentes clasificaciones, las más completas son las que dividen en dos partes fundamentales (figura 2.1):

- Flujo en fase densa continua, donde el sólido ocupa la parte inferior de la tubería horizontal. El transporte en esta, requiere de altas presiones del gas y es limitado a distancias menores de un kilómetro.
- Flujo en fase densa discontinua (se incluye el flujo en fase pistón), donde existen cavidades de aire entre la carga de material transportado a través de la tubería.

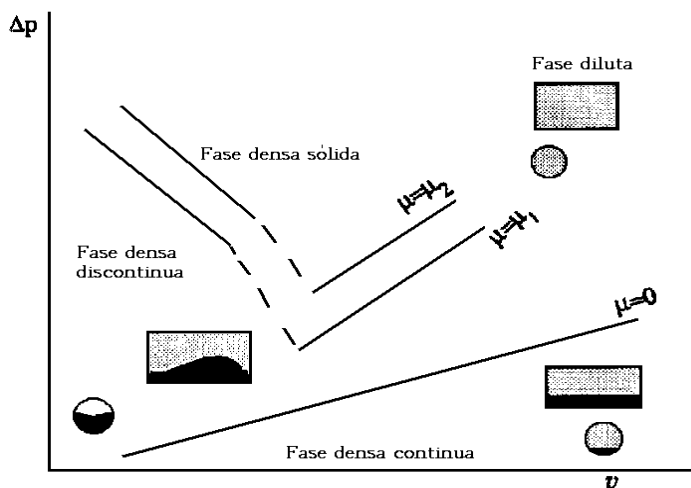


Figura 2.1. Distintas fases en el transporte neumático de materiales [8]

Se resalta en el trabajo el punto de tránsito entre las fases fluida y densa, el que depende de las características del material transportado, la configuración y parámetros del sistema; se describe la fase densa como la condición donde los sólidos son transportados de forma que están suspensos totalmente en el gas, un aspecto de gran interés en el desarrollo de la presente investigación.

Existen diferentes estudios en la rama tecnológica que muestran la evolución de los sistemas de transporte neumático desde su surgimiento a mediados del siglo XIX. El artículo hecho por [9], plasma una descripción de los principales avances del transporte neumático en Australia hasta el momento en que se hicieron las investigaciones y los cambios tecnológicos introducidos en los sistemas de alimentación con vista a lograr mayor cantidad de material transportado con el menor consumo de aire posible. La automatización de estos sistemas permite la humanización del trabajo de los operarios y la reducción de las dimensiones de los mismos. Sus indagaciones se basan en la parte descriptiva y no profundizan en los detalles de diseño, ni ofrecen métodos de cálculo que permitan entender las tecnologías examinadas.

Un estudio similar, pero en otros países lo realiza Reed Bradley [10] en Inglaterra, donde destaca en su investigación la influencia de las propiedades del producto (densidad real y aparente, granulometría, factor

de forma, contenido de humedad, entre otras) en el diseño de los sistemas de transporte neumático.

De los últimos trabajos revisados en el campo tecnológico es importante resaltar el de Dynamic Air, donde se expone una explicación detallada de las aplicaciones y ventajas de los sistemas de transporte neumático en fase densa para manipular materiales sólidos de diferentes características ya sean abrasivos, frágiles o difíciles de manejar.

En el artículo se incluye el diseño exclusivo de los ajustadores de presión (Boosters) para un completo control del material a través de la tubería de transporte, para ello consideran cuatro conceptos fundamentales: fuerza bruta, fluidización, convencional y línea llena. Otra investigación interesante es la de [11], donde se ofrece una introducción a los componentes fundamentales de los sistemas de transporte neumáticos en fases fluida y densa, se describen los beneficios y las limitaciones de varios componentes según el concepto de diseño del sistema; aunque el artículo no incorpora los detalles mínimos sobre cómo diseñar un sistema, ayuda a tomar decisiones generales sobre las opciones de un diseño adecuado.

La modelación matemática es una herramienta indispensable en el diseño y operación de las plantas de procesos, ofrece un método numérico en la solución de grandes sistemas de ecuaciones derivadas de la modelación de toda una planta o parte de la producción. Los últimos avances en el campo de la simulación, en programas como el MATLAB, permiten obtener con gran exactitud estas soluciones a una gran velocidad, se pueden seleccionar para ello varios métodos numéricos. De igual forma para componer las ecuaciones de un objeto en la industria metalúrgica, los que representan complejos sistemas dinámicos, es necesario despreocuparse una serie de factores secundarios y sí tener en cuenta los principales: de entrada, salida y perturbaciones que influyen en la dinámica del mismo; a la vez, la sencillez del modelo conformado debe contener las principales peculiaridades del proceso investigado.

Es importante destacar lo hecho sobre modelación y simulación de los sistemas de transporte neumático en Japón, donde a partir de 1970 se establece como una disciplina en el campo de la ciencia, la ingeniería y la tecnología. Varios científicos de ese país se incorporan en esta área especializándose algunos en mediciones ópticas y otros en dinámica de los fluidos.

La consulta bibliográfica hasta el momento no da respuesta a la problemática escogida. En su mayoría aborda elementos aislados de los sistemas de transporte neumático, no plantea el conjunto de conocimientos necesarios para proyectar, seleccionar y evaluar los sistemas de transporte neumático del mineral laterítico. Esto impone la necesidad de ejecutar una investigación que contribuya a la mayor eficiencia de los sistemas actuales de transporte neumático en las industrias del níquel con tecnología carbonato amoniacal.

2.3. MODELACIÓN TEÓRICA EN EL TRANSPORTE NEUMÁTICO DEL MINERAL LATERÍTICO POR TUBERÍAS HORIZONTALES Y VERTICALES

Una vez determinado el alcance de la investigación, fundamentada la no existencia de expresiones matemáticas que permitan predecir el comportamiento de las pérdidas de presión en el transporte neumático del mineral laterítico, se fundamenta el modelo teórico con el empleo de las ecuaciones que describen el balance de momento, masa y energía. El modelo no es más que una abstracción matemática del proceso real, donde la ecuación o conjunto de ecuaciones que componen el mismo es la mejor aproximación del proceso.

Los modelos matemáticos se clasifican en:

- I. Según la teoría o técnica básica utilizada en la elaboración del modelo.
- II. Según la naturaleza de las ecuaciones que se utilizan.
- III. Según su estructura matemática.

De acuerdo con la teoría o técnica básica utilizada en la elaboración del modelo se clasifican en:

1. Modelos de fenómenos de transporte.
2. Modelos de balance de población.
3. Modelos empíricos.

El modelo desarrollado en la próxima sección es del tipo 1, en el que se incluyen los basados en principios físicos – químicos que aplican las ecuaciones fenomenológicas de cambio, es decir, las ecuaciones que describen la conservación de la masa, la energía y el momento.

2.3.2. Propiedades físicas y aerodinámicas del mineral laterítico

Un paso importante en la modelación matemática, evaluación, cálculo y diseño de los sistemas de transporte neumático es determinar las propiedades físicas y aerodinámicas en las condiciones en que se transporta el material.

- Las propiedades determinadas son:
- Contenido de humedad
- Forma de las partículas
- Composición granulométrica
- Densidad de las partículas
- Densidad aparente
- Velocidad de flotación

Los valores del análisis granulométrico y contenido de humedad se muestran en la tabla 2.1.

Tabla 2.1. Valores del análisis granulométrico y contenido de humedad de las partículas.

Contenido de humedad: 4,5%			
Composición granulométrica			
Clase de tamaño (mm)	% en peso	Clase de tamaño (mm)	% en peso
+ 0,250	3,42	- 0,125 + 0,090	6,28
- 0,250 + 0,160	4,27	- 0,090 + 0,074	5,44
- 0,160 + 0,125	2,68	- 0,074	77,91

La morfología de los granos del mineral laterítico se estudia con ayuda de un microscopio binocular previa clasificación de las muestras como se observa en la tabla 1. Se examinan 100 granos de cada una de las clases, fueron fotografiados. Se miden las dimensiones fundamentales: largo, ancho y espesor con el objetivo de determinar el factor de forma de las partículas.

El **factor de forma** alcanza valores relativamente altos, en general superiores a 0,8, por lo que pueden ser consideradas esferas. Si las

partículas se unen durante el transporte presentan formas diferentes a las planteadas, es decir, formas amorfas que conducen a nuevas estructuras de flujos. Se puede observar que existe tendencia al incremento del factor de forma con la reducción del diámetro de las partículas; por lo que en los menores diámetros de las muestras no experimentados, este valor debe incrementarse.

La **densidad del mineral** se determina con el empleo del método psicométrico por poseer todas las condiciones en el laboratorio de Física de las Rocas de la Facultad de Minas - Geología del Instituto Superior Minero Metalúrgico. Se hacen mediciones con dos líquidos psicométricos: benceno y gas oíl. El valor de la densidad real después del procesamiento de los resultados es de 3 027 kg/m³.

La **densidad aparente** varía con la distribución por tamaño de las partículas y con los cuerpos que la rodean. La porosidad del cuerpo sólido, la materia que llena sus poros o espacios vacíos intermedios influyen en el valor de la densidad aparente, en una simple partícula de un material no poroso la densidad real resulta igual a la densidad aparente. Para el material poli disperso de las muestras analizadas la densidad aparente tiene un valor de 1 108,4 kg/m³.

Una de las características aerodinámicas más importante de las partículas en las teorías modernas sobre el transporte neumático es la velocidad de flotación. De acuerdo con la literatura consultada una partícula caracterizada por su diámetro (d_s) y su velocidad de flotación (V_f), existe una cierta velocidad del gas, por debajo de la que el transporte neumático a presión atmosférica no es posible. El valor de la **velocidad de flotación**, para los mayores diámetros de partículas presentes en las muestras, es de 5,21 m/s.

2.3.2. Pérdidas de presión para el aire limpio en el transporte neumático por tuberías horizontales y verticales

Al establecer la modelación teórica del transporte neumático del mineral laterítico es necesario definir las ecuaciones de pérdidas de presión en un flujo de aire limpio con el uso de la ecuación de Darcy.

$$\frac{dp}{dl} = \frac{1}{D} \cdot \lambda_G \cdot \frac{\rho_G}{2} \cdot V_g^2 \quad (2.1)$$

Donde:

D – Diámetro de la tubería; m

λ_G – Coeficiente de fricción del gas, adimensional

ρ_G – Densidad del aire; kg/m³

V_g – Velocidad del aire; m/s

$\frac{dp}{dl}$ – Pérdidas de presión por unidad de longitud; Pa/m

Aunque el coeficiente de fricción del gas λ_G se encuentra próximo a 0,02, un cálculo más exacto se logra con el empleo de la ecuación de Blasius para tuberías lisas. Esta ecuación se utiliza para números de Reynolds entre $2320 < R_e < 10^5$.

$$\lambda_G = 0,3164 \cdot R_e^{-\left(\frac{1}{4}\right)} \quad (2.2)$$

En un flujo completamente turbulento es válida la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_G}} = 2,0 \cdot \log_{10}(R_e \cdot \sqrt{\lambda_G}) - 0,8 \quad (2.3)$$

El número de Reynolds se determina por:

$$Re = \frac{V_g \cdot D}{\nu} \quad (2.4)$$

Donde:

ν - Coeficiente cinemático de viscosidad del aire; m² / s

2.3.3. Ecuaciones tradicionales para el cálculo de las pérdidas de presión en tuberías horizontales y verticales en la zona dispersa

En este epígrafe se exponen las ecuaciones tradicionales para el cálculo del gradiente de presión con el empleo del coeficiente de pérdidas de las partículas y sus limitaciones al ser aplicadas al transporte neumático del mineral laterítico.

Para el cálculo de las pérdidas de presión en el transporte neumático de sólidos la siguiente versión modificada de la ecuación (2.1), siempre se puede encontrar en la literatura.

$$\frac{dp}{dl} = \frac{1}{D} \cdot (\lambda_G + \mu \cdot \lambda_s) \cdot \frac{\rho_G}{2} \cdot V_g^2 \quad (2.5)$$

Donde:

μ - Concentración de la mezcla; kg/kg

λ_s - Coeficiente de pérdida de presión de las partículas sólidas; adimensional.

La ecuación (2.5) contiene solo la concentración como un número característico del mecanismo de similitud de la mezcla. El resto de factores importantes como: tamaño de las partículas, densidad del sólido, entre otros, están contenidos en el coeficiente de pérdida de presión de las partículas sólidas; el que se determina separadamente para cada material. Para el cálculo del coeficiente de pérdidas de presión de las partículas sólidas en la literatura se relacionan varias ecuaciones donde se busca la dependencia de λ_s con valores obtenidos.

Al estimar el coeficiente de pérdidas de presión en el transporte neumático se agrupa y correlacionan diversas ecuaciones en el transporte horizontal de sólidos granulares finos los que contienen algunos números característicos de similitud. Además, se encuentra una correlación del coeficiente de pérdida de presión en el transporte neumático vertical basado en datos experimentales. A fin de expresar algunos de esos modelos, se introducen dos números adimensionales: el número de Froude relacionado al gas y al sólido respectivamente.

$$Fr_g = \frac{V_g^2}{D \cdot g} \quad (2.6)$$

y

$$Fr_s = \frac{V_f^2}{d_s \cdot g} \quad (2.7)$$

Donde:

Fr – Número de Froude relacionado al gas

Fr_s – Número de Froude relacionado al sólido

g – Aceleración de la gravedad; m / s^2

ds – Diámetro de las partículas; m

El modelo matemático desarrollado por Stegmaier [12] para el transporte horizontal es:

$$\lambda_s = 2,1 \cdot \mu^{-0,3} \cdot F_r^{-1} \cdot F_{rs}^{0,25} \cdot \left(\frac{D}{d_s} \right)^0 \quad (2.8)$$

La ecuación (2.8) tiene un coeficiente de correlación inferior a 0,7, que no se acepta en el mineral laterítico.

El coeficiente de pérdida de presión en el transporte neumático vertical [13] se calcula por la siguiente expresión:

$$\lambda_s = \frac{V_g/V_s}{1200} + \frac{2 \cdot V_g/V_s}{F_r} \quad (2.9)$$

Donde:

V_s - Velocidad de las partículas sólidas; m/s

El coeficiente de correlación de la ecuación obtenida por Weber es mejor que el modelo de Stegmaier. Otros autores [9], proponen obtener un coeficiente de fricción que incluya el gas y las partículas sólidas.

$$\frac{dP}{dx} = \lambda_{GS} \cdot \frac{\rho_G}{2 \cdot D} \cdot V_g^2 \quad (2.10)$$

Donde:

λ_{GS} - Coeficiente de fricción de la mezcla bifásica gas - sólido

En el cálculo del coeficiente de fricción de la mezcla bifásica se establecen varias ecuaciones, una de la más usada es:

$$\lambda_{GS} = 3,07 \cdot \mu^{1,249} \cdot Fr^{-(0,786)} \quad (2.11)$$

La amplitud de variación del coeficiente de pérdidas de presión es diferente en tuberías horizontales y verticales, depende de varios factores, lo que crea serias dificultades al obtener ecuaciones generales en el transporte neumático.

Las ecuaciones anteriores estudian determinados aspectos singulares del transporte neumático, pero sus aportes no han sido relevantes en el examen del mineral laterítico en la industria del níquel.

2.3.4. Modelo teórico para el cálculo de las pérdidas de presión en el transporte neumático del mineral laterítico por tuberías horizontales y verticales en la zona dispersa

Modelo teórico en fase densa

El desarrollo del modelo teórico para el transporte neumático del mineral laterítico en fases fluida y densa en tuberías horizontales y verticales se elabora a partir del uso simultáneo de las ecuaciones de balance de masa, de momento y de energía. Para ello se considera un tubo inclinado hacia arriba con un ángulo desde la horizontal como se muestra en la figura 2.2.

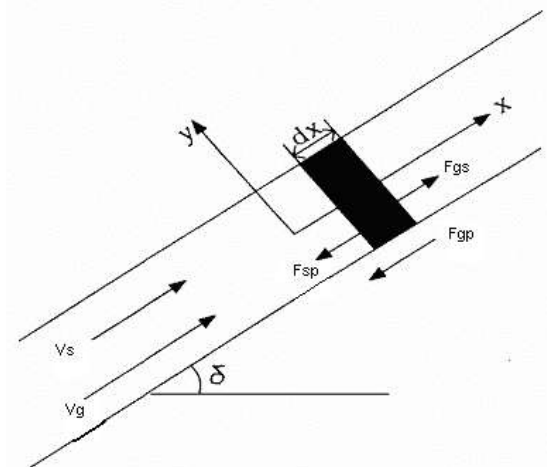


Figura 2.2. Fuerzas de fricción que afectan el movimiento de la mezcla aire - mineral durante el transporte neumático.

El elemento de mezcla mostrado en la Figura 2.2 contiene el flujo de aire y partículas de mineral laterítico. Las densidades parciales de esos dos elementos son ρ_g y ρ_s , respectivamente y la porosidad es ϵ . Si la presión del aire es P , entonces la fuerza por unidad de área de la mezcla total que afecta el flujo de aire es $(\epsilon \cdot P)$ y la fuerza por unidad de área que afecta el flujo de mineral es $(1 - \epsilon) \cdot P$.

El balance de momentos en forma general puede expresarse de la siguiente manera:

Incremento de momentos	=	La sumatoria de las fuerzas específicas
---------------------------	---	--

Por lo tanto,

Incremento en momento del aire	+	Incremento en momento del mineral	=	Fuerza de presión	-	
- Fuerza gravitacional		- Fuerza de fricción aire/pared		- Fuerza de fricción mineral/ pared		+ Fuerza de interacción aire/mineral

(2.12)

La ecuación de balance de momento para las partículas de mineral laterítico en la dirección del eje "x" con el empleo de la ecuación (2.12) es:

$$\rho_s \frac{dV_s}{dt} = -\frac{d}{dx}[(1-\varepsilon) \cdot P] - \rho_s \cdot g \cdot \sin\delta - F_{sp} + F_{gs} \quad (2.13)$$

Donde:

ρ_s -densidad del mineral laterítico; kg/m³

F_{sp} contiene la fuerza de interacción entre las diferentes partículas y la fuerza de fricción causada por la interacción de las partículas de mineral laterítico con las paredes de la tubería. La fuerza de resistencia F_{gs} es de interacción entre el aire y el mineral laterítico, el opuesto de la fuerza $-F_{gs}$ es la que afecta el flujo de aire.

La ecuación de balance de momento para el flujo de aire en la dirección del eje "x" es:

$$\rho_g \frac{dV_g}{dt} = -\frac{d}{dx}(\varepsilon \cdot P) - \rho_g \cdot g \cdot \sin\delta - F_{gp} - F_{gs} \quad (2.14)$$

Donde es la fuerza de fricción causada por las paredes y es la misma fuerza de resistencia de la ecuación (2.13).

Las partículas de mineral vibran a lo largo del eje "y"; perpendicular al eje "x", cambia el perfil de la velocidad interna del aire, por lo que la fuerza de fricción no es la misma que en un tubo vacío. Se Puede dividir la fuerza de fricción F_{gp} en dos partes:

$$F_{gp} = \frac{\lambda_g}{D} \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot V_g^2 + F_v \quad (2.15)$$

Donde:

F_v - Fuerza específica debido a la vibración del mineral laterítico; N/m³

La primera parte es la fricción del aire con las paredes sin la presencia de las partículas sólidas (ver ecuaciones 2.2 y 2.3). La fuerza específica F_v incrementa a partir del hecho que nunca la velocidad ni la distribución de presión son uniformes a lo largo del eje "y" y este crea un modelo complicado de flujo de fluido, que implica una fuerza de fricción adicional en la dirección del eje "x".

Debido a la velocidad no uniforme y la distribución de presión a lo largo del eje "y" las partículas permanecen separadas y flotando en la corriente de gas. En un transporte vertical la fuerza F_v es obviamente cero, por lo que las partículas no tienden a caer y colectarse en el fondo del tubo. La fuerza F_v no puede ser incluida en la fuerza de resistencia F_{gs} , debido a que esta contribuye a que las partículas se desplacen hacia arriba en la dirección del eje X, mientras que F_v no afecta las partículas, pero si al propio gas.

Para modelar la fuerza F_v de modo que esta implique el efecto de flotación y la caída de las partículas hacia el fondo del tubo se aplica el método de potencia vibracional, una adecuada revisión de este tópico ha sido representado por [14].

La potencia por unidad de volumen (W/m³) que se necesita para mantener las partículas flotando en la dirección del eje Y es:

$$P = \rho_s \cdot g \cdot \cos \delta \cdot V_f \cdot \cos \delta \quad (2.16)$$

La relación entre la potencia vibracional y la fuerza se expresa por:

$$P = F_v \cdot V_g \quad (2.17)$$

Donde:

P – Potencia vibracional específica; W/m³

A partir de las ecuaciones (2.16) y (2.17) se obtiene:

$$F_v = \rho_s \cdot g \cdot \frac{V_f}{V_g} \cdot \cos^2 \delta \quad (2.18)$$

La suma de las ecuaciones (2.13) y (2.14) proporciona:

$$\rho_g \frac{dV_g}{dt} + \rho_s \frac{dV_s}{dt} = -\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda_g}{D} \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot V_g^2 - \rho_g \cdot g \cdot \sin \delta - \rho_s \cdot g \cdot \sin \delta - F_v - F_{sp} \quad (2.19)$$

Para la fuerza F_v se tiene la ecuación (2.18), pero se desconoce F_{sp} .

El coeficiente de fricción total en la superficie de la tubería está compuesto por una fricción mecánica por el contacto entre las capas de partículas y la pared de la tubería, y una fricción viscosa ejercida por el contacto del fluido con las paredes del tubo. Diversas investigaciones han demostrado que la rugosidad de la pared tiene un efecto considerable en el proceso de colisiones de las partículas con la pared [15], en procesos industriales donde se emplean tuberías de acero en el transporte neumático, estas tienen rugosidad que se encuentra entre 20 y 50 μm . La distribución del ángulo rugoso puede ser representada por una función de distribución normal, la desviación estándar de esta distribución es influenciada por la estructura de la superficie rugosa y por el diámetro de las partículas.

En la modelación de la fuerza de fricción sólido – pared se tiene en cuenta el movimiento de la mezcla bifásica no como un flujo homogéneo (esta vía de modelación es adecuada para el movimiento de las partículas separadamente) sino como una nueva clase de estructura.

$$F_{sp} = \frac{\lambda z^*}{D} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_s \cdot V_s^2 \quad (2.20)$$

El coeficiente de fricción λz^* puede ser clasificado de dos formas: coeficiente de fricción estática y dinámica. Este último provocado por el contacto de las partículas sólidas con las paredes al deslizarse por la tubería. Se debe encontrar experimentalmente para cada tipo de material y superficie rugosa, para ello se determina el ángulo y velocidad de deslizamiento sobre la superficie.

Según los experimentos efectuados con mineral laterítico y superficies similares a las utilizadas en las instalaciones industriales de las empresas del níquel, en el centro de investigaciones de materiales de la firma inglesa "Clyde Materials Handling" en una instalación experimental, el valor promedio de este coeficiente es $\lambda z^*=0,325$ por lo que la ecuación (2.20) para el mineral laterítico obtiene la forma siguiente:

$$F_{sp} = \frac{0,1625}{D} \cdot \rho_s \cdot V_s^2 \quad (2.21)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.18) y (2.21) en el balance de fuerzas general de la ecuación (2.19) se obtiene como resultado:

$$\begin{aligned} \rho_g \frac{dV_g}{dt} + \rho_s \frac{dV_s}{dt} = & -\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda_g}{D} \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot V_g^2 - \rho_g \cdot g \cdot \text{sen} \delta - \rho_s \cdot g \cdot \text{sen} \delta - \\ & - \rho_s \cdot g \cdot \frac{V_f}{V_g} \cdot \cos^2 \delta - \frac{0,1625}{D} \cdot \rho_s \cdot V_s^2 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Si se desarrolla el lado izquierdo de la ecuación (2.22), las derivadas totales también llamadas derivadas materiales, son:

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{\partial V_g}{\partial t} + V_g \frac{\partial V_g}{\partial x} \quad (2.23)$$

$$\frac{dV_s}{dt} = \frac{\partial V_s}{\partial t} + V_s \frac{\partial V_s}{\partial x} \quad (2.24)$$

En un flujo estacionario la derivada parcial con respecto al tiempo desaparece, es decir.

$V_g = V_g(X)$ y $V_s = V_s(X)$, entonces:

$$\frac{dV_g}{dt} = V_g \frac{dV_g}{dx} \quad (2.25)$$

$$\frac{dV_s}{dt} = V_s \frac{dV_s}{dx} \quad (2.26)$$

Por otro lado, en estado estacionario el balance de masa para el gas en un tubo con un área de la sección transversal constante es simplemente:

$$\rho_g \cdot V_g = const = m_g'' \quad (2.27)$$

Donde:

m_g'' - Flujo másico de gas por unidad de área; $\frac{kg}{s \cdot m^2}$

y el balance de masa para el flujo material es:

$$\rho_s \cdot V_s = const = \mu \cdot \rho_g \cdot V_g = \mu \cdot m_g'' \quad (2.28)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.23 – 2.26) en (2.22) se obtiene:

$$\begin{aligned} -\frac{dp}{dx} = & \rho_g \cdot V_g \left[\frac{dV_g}{dx} + \mu \frac{dV_s}{dx} \right] + \frac{\lambda_g}{D} \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot V_g^2 + \rho_g \cdot g \cdot \sin \delta \left[1 + \mu \frac{V_g}{V_s} \right] + \\ & + \mu \cdot \rho_g \cdot \frac{V_g}{V_s} \left[g \cdot \frac{V_f}{V_g} \cdot \cos^2 \delta + \frac{0,1625}{D} \cdot V_s^2 \right] \end{aligned} \quad (2.29)$$

La relación que existe entre la densidad parcial y real del gas es que la última está afectada por la porosidad de la mezcla, por lo que se puede plantear que $\rho_g = \varepsilon \cdot \rho_G$.

El balance de masa para el flujo de gas es $\rho_G \cdot V_g = cte$. De esta afirmación se obtiene la siguiente ecuación:

$$\rho_G \cdot \frac{dV_g}{dx} = -V_g \cdot \frac{d\rho_G}{dx} = -V_g \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{P \cdot M}{R \cdot T} \right) = -\frac{\rho_G}{P} \cdot V_g \cdot \frac{dP}{dx} \quad (2.30)$$

Donde:

P – Presión del gas; Pa

M – Masa molar del gas; Moles

T – Temperatura del gas; K

h – Entalpía del gas; kJ/kg

En la ecuación (2.30) se ha empleado la ley de los gases ideales y temperatura constante de

modo que $\frac{dP}{dx} < 0$ y $\frac{dV_g}{dx} > 0$ en la longitud de la tubería.

El primer término del lado derecho de la ecuación (2.29) se obtiene mediante las fuerzas inerciales debido a que con las pérdidas de presión la densidad del gas disminuye en la dirección del flujo y la velocidad se incrementa. Este es tratado como adiabático, el que a partir de un balance de energía se obtiene.

$$h + \frac{1}{2} \cdot V_g^2 = Const \quad (2.31)$$

Por otro lado, el proceso de transporte neumático se puede considerar isotérmico $h = h(T)$, (la entalpía no depende de la presión), y ya que las velocidades son por lo general inferiores a los 30 m/s, se deduce de la ecuación (2.28) que.

$$T = Const$$

Por ejemplo, si a lo largo del flujo la velocidad del aire cambia desde cero hasta 60 m/s, esta disminuye solo la temperatura por:

$$\Delta T = -\left(\frac{V_g^2/2}{Cp}\right) = -\left(\frac{60^2/2}{1000}\right) = -1,8^\circ\text{C}$$

Donde:

Cp - Capacidad calorífica del gas; $\frac{J}{kg \cdot K}$

De modo que la aproximación de la constante de temperatura es bastante exacta. De aquí que es tratado como un proceso isotérmico.

La velocidad del material, V_s , también se incrementa como una función de X , por lo que se puede plantear:

$$\frac{V_g - V_s}{V_{gA} - V_{sA}} = \sqrt{\frac{\rho_{GA}}{\rho_G}} = \sqrt{\frac{P_A}{P}} \quad (2.32)$$

Donde:

V_{gA} - Velocidad del gas en el estado de referencia; m/s

V_{sA} - Velocidad del sólido en el estado de referencia; m/s

ρ_{GA} - Densidad real del gas en el estado de referencia; kg/m^3

P_A - Presión del gas en el estado de referencia; Pa

Para el cálculo de la velocidad de flotación en cualquier punto de la tubería se aplica la siguiente expresión:

$$V_f = f(\rho_G) = V_{fA} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{GA}}{\rho_G}} = V_{fA} \cdot \sqrt{\frac{P_A}{P}} \quad (2.33)$$

El estado de referencia es considerado a presión atmosférica. Si se combinan las ecuaciones (2.30) y (2.32) se obtiene:

$$\frac{d}{dx}(V_g - V_s) = (V_{gA} - V_{sA}) \cdot \sqrt{P_A} \cdot (-1/2) \cdot P^{-\frac{3}{2}} \frac{dP}{dx}$$

De esta se obtiene:

$$\frac{dV_s}{dx} = (-1/2) \cdot \frac{(V_g + V_s)}{P} \frac{dP}{dx} \quad (2.34)$$

En la ecuación (2.29) se trabaja con la densidad parcial del gas (ρ_g) y (ρ_s) del sólido respectivamente, para un mejor desarrollo de la ecuación es necesario introducir el concepto de porosidad o fracción de vacío de la mezcla bifásica que se define por la siguiente expresión:

$$\varepsilon = \frac{\rho_g}{\rho_G} \quad (2.35)$$

De forma similar para el sólido se puede plantear la siguiente expresión:

$$(1 - \varepsilon) = \frac{\rho_s}{\rho_S} \quad (2.36)$$

La ecuación de continuidad para las partículas y el aire respectivamente son:

Para las partículas:

$$M_s = A \cdot V_s \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \rho_s \quad (2.37)$$

Para el aire:

$$M_g = A \cdot V_g \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \quad (2.38)$$

Donde:

A – Área de la sección transversal del conducto; m².

La concentración de sólido transportado se obtiene al dividir las ecuaciones (2.37) y (2.38). Esta expresión puede ser empleada para determinar la porosidad de la mezcla bifásica.

$$\mu = \frac{M_s}{M_g} = \frac{V_s \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \rho_s}{V_g \cdot \varepsilon \cdot \rho_G} \quad (2.39)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.30 – 2.39) en la ecuación (2.29) se obtiene:

$$\left[-1 + \frac{\varepsilon \cdot \rho_G \cdot V_g^2}{P} + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot \mu \cdot \frac{V_g \cdot (V_g + V_s)}{P} \right] \frac{dP}{dx} = \frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\varepsilon \cdot \rho_G}{2} \cdot V_g^2 + \varepsilon \cdot \rho_G \cdot g \cdot \sin \delta \cdot \left(1 + \mu \cdot \frac{V_g}{V_s} \right) + \mu \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot \frac{V_g}{V_s} \cdot \left(g \cdot \frac{V_f}{V_g} \cdot \cos^2 \delta + \frac{0,1625}{D} \cdot V_s^2 \right) \quad (2.40)$$

En tuberías horizontales el $\sin \delta = 0$ y $\cos \delta = 1$, la ecuación (2.40) se reduce a la siguiente expresión:

$$\left[-1 + \frac{\varepsilon \cdot \rho_G \cdot V_g^2}{P} + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot \mu \cdot \frac{V_g \cdot (V_g + V_s)}{P} \right] \frac{dP}{dx} = \frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\varepsilon \cdot \rho_G}{2} \cdot V_g^2 + \mu \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot \frac{V_g}{V_s} \cdot \left(g \cdot \frac{V_f}{V_g} + \frac{0,1625}{D} \cdot V_s^2 \right) \quad (2.41)$$

En tuberías verticales y se obtiene la siguiente expresión:

$$\left[-1 + \frac{\varepsilon \cdot \rho_G \cdot V_g^2}{P} + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot \mu \cdot \frac{V_g \cdot (V_g + V_s)}{P} \right] \frac{dP}{dx} = \frac{\lambda_G \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot V_g^2}{2 \cdot D} + \varepsilon \cdot \rho_G \cdot g \cdot \left(1 + \mu \cdot \frac{V_g}{V_s} \right) + \mu \cdot \varepsilon \cdot \rho_G \cdot \frac{V_g}{V_s} \cdot \frac{0,1625}{D} \cdot V_s^2 \quad (2.42)$$

La expresión (2.40) constituye la ecuación final del modelo teórico para el cálculo de las pérdidas de presión en el transporte neumático del mineral laterítico en tuberías en fase densa. En ella se necesita identificar dos parámetros: la velocidad del sólido y la velocidad de flotación de las partículas. Uno y otro constituyen una función de la longitud de la tubería según se observa en las ecuaciones (2.32) y (2.33). La simplificación de esta expresión en tramos horizontales y verticales se plantea en las ecuaciones (2.41) y (2.42). En ambas λ_G se determina mediante la aplicación de las expresiones (2.2) y (2.4).

El modelo obtenido para el transporte en fase densa se utiliza con bastante exactitud en la fase fluida; las diferencias fundamentales se encuentran en la forma de interacción sólido – sólido, sólido – pared y en la consideración en fase fluida de la porosidad cercana a la unidad.

Modelo teórico en fase fluida

Para la modelación del transporte en fase fluida a partir de la ecuación (2.19) se obtiene:

$$\rho_g \frac{dV_g}{dt} + \rho_s \frac{dV_s}{dt} = -\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot V_g^2 - \rho_g \cdot g \cdot \sin \delta - \rho_s \cdot g \cdot \sin \delta - F_v - F_{sp} \quad (2.43)$$

En la ecuación (2.43) la fuerza F_v se calcula por la expresión (2.18). La fuerza de fricción F_{sp} puede ser expresada con ayuda del coeficiente de fricción:

$$F_{sp} = \mu_f \cdot \rho_s \cdot g \cdot \cos \delta \quad (2.44)$$

El coeficiente de fricción μ_f es una función complicada en las condiciones de flujo (es decir de las velocidades V_g y V_s) y del ángulo (δ) de inclinación de la tubería. En un flujo horizontal ($\delta=0$) se obtiene de la ecuación (2.44):

$$F_{sp} = \left(\frac{V_g - V_s}{V_f} \right)^2 \cdot \rho_s \cdot g \quad (2.45)$$

La ecuación (2.45) proporciona la fuerza para el ángulo $\delta=0$. Para obtener la fuerza en la línea vertical, se necesita reemplazar V_s ($\delta=0$) por la correspondiente velocidad $V_s = V_s(\delta)$.

Si se sustituyen las ecuaciones (2.18) y (2.45) en el balance de fuerzas general de la ecuación (2.43) se obtiene:

$$\begin{aligned} \rho_g \frac{dV_g}{dt} + \rho_s \frac{dV_s}{dt} = & -\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot V_g^2 - \rho_g \cdot g \cdot \sin \delta - \\ & - \rho_s \cdot g \cdot \frac{V_f}{V_g} \cdot \cos^2 \delta - \left(\frac{V_g - V_s}{V_f} \right)^2 \cdot \rho_s \cdot g \end{aligned} \quad (2.46)$$

A continuación, se desarrolla el lado izquierdo de la ecuación (2.46), para ello se aplican las expresiones desde la (2.23) hasta la (2.28). Con el empleo de estas en la ecuación (2.46) se obtiene:

$$\begin{aligned} -\frac{dp}{dx} = & \rho_g \cdot V_g \cdot \left[\frac{dV_g}{dx} + \mu \cdot \frac{dV_s}{dx} \right] + \frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot V^2 + \rho_g \cdot g \cdot \sin \delta \cdot \left[1 + \mu \cdot \frac{V_g}{V_s} \right] + \\ & + \mu \cdot \rho_g \cdot g \cdot \left[\frac{V_f}{V_s} \cdot \cos^2 \delta + \frac{V_g}{V_s} \cdot \left(\frac{V_g - V_s}{V_f} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.47)$$

La diferencia de velocidad entre el gas y el material en la línea vertical es:

$$V_g - V_{SV} = f(\rho_G, \delta = \frac{\pi}{2}) = (V_g - V_{SV})_A \cdot \sqrt{\frac{\rho_{GA}}{\rho_G}} \quad (2.48)$$

Donde:

V_{SV} - Velocidad de las partículas sólidas en la línea vertical; m/s

De forma similar en la línea horizontal se puede escribir:

$$V_g - V_{SH} = f(\rho_G, \delta = 0) = (V_g - V_{SH})_A \cdot \sqrt{\frac{\rho_{GA}}{\rho_G}} \quad (2.49)$$

Donde:

V_{SH} - Velocidad de las partículas sólidas en la línea horizontal; m/s.

La influencia del ángulo de inclinación en el transporte neumático puede ser estimado por la siguiente ecuación:

$$V_g - V_s = f(\rho_G, \delta) = \sqrt{\frac{\rho_{GA}}{\rho_G} \cdot \left[(V_g - V_{SH})_A^2 \cdot \cos \delta + (V_g - V_{SV})_A^2 \cdot \sin \delta \right]} \quad (2.50)$$

En el flujo en fase fluida la porosidad de la mezcla $\varepsilon \cong 1$, la densidad parcial $\rho_g = \varepsilon \cdot \rho_G$ puede ser reemplazada por la densidad real (ρ_G)

Si se sustituye (2.30) y (2.34) en (2.47) y se reemplaza ρ_g por ρ_G , se obtiene:

$$\begin{aligned} - \left[1 - \frac{\rho_G \cdot V_g^2}{P} - \frac{1}{2} \cdot \rho_G \cdot \mu \cdot \frac{V_g (V_g + V_M)}{P} \right] \frac{dP}{dx} &= \frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\rho_G}{2} \cdot V_g^2 + \\ + \rho_G \cdot g \cdot \sin \delta \cdot \left[1 + \mu \cdot \frac{V_g}{V_M} \right] &+ \mu \cdot \rho_G \cdot g \cdot \left[\frac{V_f}{V_M} \cdot \cos^2 \delta + \frac{V_g}{V_M} \cdot \left(\frac{V_g - V_M}{V_f} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.51)$$

En la ecuación (2.51) para la línea horizontal el $\sin \delta = 0$ y $\cos \delta = 1$ por tanto se obtiene:

$$\frac{dp}{dx} = - \left(\frac{1}{1 - \frac{\rho_G \cdot V_g^2}{P} - \frac{1}{2} \cdot \rho_G \cdot \mu \cdot \frac{V_g \cdot (V_g + V_s)}{P}} \right) \cdot \left(\frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\rho_G}{2} \cdot V_g^2 + \mu \cdot \rho_G \cdot g \cdot \left(\frac{V_f}{V_s} + \frac{V_g}{V_s} \cdot \left(\frac{V_g - V_s}{V_f} \right)^2 \right) \right) \quad (2.52)$$

Para la línea vertical donde $\delta = 90^\circ$, $\sin \delta = 1$ y $\cos \delta = 0$ se obtiene:

$$\frac{dp}{dx} = - \left(\frac{1}{1 - \frac{\rho_G \cdot V_g^2}{P} - \frac{1}{2} \cdot \rho_G \cdot \mu \cdot \frac{V_g (V_g + V_s)}{P}} \right) \cdot \left(\frac{\lambda_G}{D} \cdot \frac{\rho_G}{2} \cdot V_g^2 + \rho_G \cdot g \cdot \left(1 + \mu \cdot \frac{V_g}{V_M} \right) + \mu \cdot \rho_G \cdot g \cdot \left(\frac{V_g}{V_s} \cdot \left(\frac{V_g - V_s}{V_f} \right)^2 \right) \right) \quad (2.53)$$

La ecuación (2.51) puede ser seleccionada para calcular la caída de presión de un flujo bifásico gas – sólido en fase fluida. Para tuberías horizontales se escoge la ecuación 2.52 y para verticales la 2.53.

Con ayuda de estas ecuaciones las pérdidas de presión en un sistema de transporte neumático en fase fluida son calculadas. Lo que se necesita conocer son: la velocidad de las partículas sólidas y la velocidad de flotación.

2.3.5. Ecuaciones para el cálculo de las pérdidas en codos durante el transporte neumático del mineral laterítico

Para la construcción de las características de transporte neumático del mineral laterítico es necesario, además de conocer las pérdidas en tramos rectos, determinar las pérdidas en codos. En general la literatura consultada divide las pérdidas de presión para el aire limpio en:

- Pérdidas por longitud
- Pérdidas por curvatura
- Pérdidas por efecto del flujo circulatorio

Estas pérdidas se obtienen por la expresión:

$$\Delta P = \xi \cdot \rho_g \cdot \frac{V_g^2}{2} \quad (2.54)$$

Donde:

ξ - Coeficiente experimental de resistencia en codos, expresado generalmente en longitud equivalente o por curvatura del codo, dependiente de su radio relativo (R/D), del ángulo de curvatura del codo (θ) y de la forma de su sección transversal.

Con un ángulo de curvatura de 90° el coeficiente experimental (ξ) se calcula por la siguiente expresión:

$$\xi = 0,051 + 0,19 \cdot \left(\frac{D}{R} \right) \quad (2.55)$$

Donde:

R – Radio de curvatura; m

La literatura actual sobre el tema para el transporte neumático de partículas, asegura que surgen cambios bruscos de velocidad condicionada por la fricción de las partículas sobre la pared del conducto y la fuerza de inercia de la corriente, por lo que adicionalmente a los componentes que originan las pérdidas de presión en codos para fluidos monofásicos, hay que tener en cuenta:

- Las características físicas del material
- La concentración de la fase sólida en la corriente
- La posición geométrica del codo dentro del conductor

Se agrega a lo anterior el criterio que las mayores pérdidas ocurridas en un codo de una instalación neumática, no están localizadas en el codo propiamente dicho, sino en una zona llamada de dispersión; en este caso se admite que las pérdidas en codos se determinan por la siguiente expresión:

$$\Delta P_{CT} = \Delta P_C + \Delta P_d \quad (2.56)$$

Donde:

ΔP_{CT} - Pérdidas totales en el codo; Pa

ΔP_C - Pérdidas en la zona curva; Pa

ΔP_d - Pérdidas en la zona de dispersión; Pa

Para el cálculo de ΔP_C y ΔP_d en el estudio del transporte neumático del mineral laterítico se utilizaron los resultados de Lesme (1996) en granos y polvos.

Pérdidas en la zona curva del codo

$$\Delta P_C = \Delta P + \Delta P_S \quad (2.57)$$

Donde:

ΔP - Pérdidas para el aire limpio; Pa

$$\Delta P_S = \xi_S \cdot \rho_S \cdot \frac{V_g^2}{2} \quad (2.58)$$

Donde:

ξ_S - Coeficiente de resistencia en la curvatura producto del movimiento del material

$$\xi_S = A \cdot \left(\frac{R}{D}\right)^{0,5} \cdot \text{Re}^{0,1} \cdot \text{Re}_F^{0,35} \cdot \left(\frac{D}{dx}\right)^{0,2} \cdot F_{rs}^{-0,65} \cdot F_r^{0,35} \cdot \mu^{-1,09} \quad (2.59)$$

Donde:

μ - Concentración de la mezcla; kg/kg

A – Coeficiente que depende de la posición del codo.

$A = 6,6 \times 10^{-2}$ - Codo vertical – horizontal

$A = 9,0 \times 10^{-2}$ - Codo horizontal – vertical

$A = 8,1 \times 10^{-2}$ - Codo horizontal

Pérdidas en la zona de dispersión

$$\Delta P_d = \beta_{OT} \cdot \rho_G \cdot \frac{V_g^2}{2} \quad (2.60)$$

Donde:

β_{θ} - Coeficiente de pérdidas por dispersión, depende de la posición geométrica y dimensiones del codo.

$$\beta_{OT} = 0,6 \cdot \Delta Y \cdot \Delta_{OT} \cdot \beta_{da} \quad \text{Para} \quad \frac{R}{D} = 2 - 5$$

$$\beta_{OT} = 0,5 \cdot \Delta Y \cdot \Delta_{OT} \cdot \beta_{da} \quad \text{Para} \quad \frac{R}{D} = 5 - 10$$

$$\beta_{OT} = 0,4 \cdot \Delta Y \cdot \Delta_{OT} \cdot \beta_{da} \quad \text{Para} \quad \frac{R}{D} = 10 - 15$$

Donde:

Δ_{OT} - Coeficiente que tiene en cuenta la disminución de las pérdidas por curvatura con la reducción del ángulo.

ΔY - Coeficiente experimental de la longitud recta del codo

Los valores de ΔY y Δ_{OT} se obtienen por interpolación.

β_{da} - Coeficiente de pérdidas de presión por dispersión de las partículas sólidas

En el transporte vertical

$$\beta_{da}^v = 1,55 \cdot 10^2 \cdot \text{Re}_f^{-0,15} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_g} \right)^{-0,45} \cdot \left(\frac{D}{dx} \right)^{-0,1} \cdot \mu^{2,59} \quad (2.61)$$

En el transporte horizontal

$$\beta_{da}^h = 0,28 \cdot 10^2 \cdot \text{Re}^{0,4} \cdot \text{Re}_f^{-0,8} \cdot Fr^{0,3} \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_g} \right)^{-0,9} \cdot \left(\frac{D}{dx} \right)^{-0,5} \quad (2.62)$$

Procedimiento para la solución del modelo matemático

El modelo teórico del transporte neumático de mineral laterítico está expresado por cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden (2.41, 2.42,

2.52, 2.53) y varias ecuaciones de enlace, tanto en fase densa como en la fluida. Para la solución de las mismas es necesario ajustar los parámetros característicos de cada material investigado a partir de los resultados experimentales, estos son:

- Velocidad de flotación
- Velocidad del mineral laterítico

En el capítulo 1 con la determinación de las propiedades físicas y aerodinámicas del mineral laterítico se establecen los valores de la velocidad de flotación en el estado de referencia (presión atmosférica) en las diferentes clases de tamaño del material, los que sirven de punto de partida para la observación de su comportamiento a lo largo de un conducto con la variación de la presión y la velocidad del gas.

Al establecer la velocidad del mineral laterítico con el empleo del modelo se utiliza el término **velocidad relativa** que se define como la diferencia entre la velocidad del gas y la velocidad del material ($V_g - V_s$), esta se obtiene mediante el ajuste del modelo a los resultados experimentales.

El método empleado para resolver las ecuaciones diferenciales del modelo teórico y determinar la velocidad relativa entre el gas y el material es Runge – Kutta cuarto orden. Las ecuaciones del modelo se expresan en la forma $-\frac{dp}{dx} = f(V_{gX}; V_{SX}; V_{fX}; \rho_{GX})$ y la derivada es calculada en cada punto con el uso de los valores previos conocidos de V_g ; V_s ; V_f ; P .

Con la caída de presión existe un incremento de la velocidad del gas y la variación de otros parámetros tales como: densidad, velocidad de flotación y velocidad del material. Para considerar la variación de los parámetros a identificar en el modelo con la presión se emplean las siguientes ecuaciones:

$$V_{fX} = V_{fA} \cdot \sqrt{\frac{P_A}{P_X}} \quad (2.63)$$

$$V_{gX} - V_{SX} = (V_{gA} - V_{SA}) \cdot \sqrt{\frac{P_A}{P_X}} \quad (2.64)$$

Donde el subíndice (A) representa el estado de referencia a presión atmosférica y (x) se refiere al valor de los parámetros en cualquier punto del sistema. El análisis anterior permite expresar que:

- El modelo teórico en el transporte neumático del mineral laterítico en tuberías horizontales y verticales se expresa por cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden (2.41, 2.42, 2.52, 2.53) y varias ecuaciones de enlace. Se obtienen con el empleo de las ecuaciones de balance de masa, de momentos y de energía, en un conducto inclinado con un ángulo con respecto a la horizontal.
- Las pérdidas en codos tanto en la zona curva como de dispersión se expresan por ecuaciones de trabajos precedentes en el transporte de granos y polvos (ecuaciones 2.54 – 2.62).

2.4. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO TEÓRICO EN EL TRANSPORTE NEUMÁTICO DEL MINERAL LATERÍTICO

La modelación teórica desarrollada exige la ejecución de experimentos para obtener los parámetros característicos del modelo en el mineral laterítico: velocidad de flotación y velocidad relativa entre el aire y el sólido.

2.4.1. Instalación experimental

La instalación experimental consta de los siguientes equipos y accesorios:

1. Compresores
2. Tanque almacenador
3. Sistema regulador de flujo
4. Cámara de alimentación
5. Tubería de transporte que incluye tramos horizontales, verticales y accesorios
6. Instrumentación y control de los parámetros

Compresores

Para impulsar el aire se usan dos compresores reciprocantes de dos etapas y doble efecto del tipo KLM 10 -100/32 conectados en paralelo; los que permiten disponer de la cantidad o flujo de aire necesario para la experimentación con una presión máxima regulada de 1MPa y caudal nominal de 200 m³/h cada uno. A partir del caudal de aire de los compresores y el tanque de almacenaje se obtienen velocidades que pueden alcanzar

los 20 m/s, con ello se garantiza la similitud cinemática a los sistemas de transporte neumático.

Tanque almacenador

La descarga de los compresores está conectada a un tanque almacenador de 3,3 m³ de volumen con el objetivo de evitar el flujo pulsante en la tubería de transporte, disminuir al mínimo las oscilaciones de presión y los posibles errores en las mediciones por este concepto.

Sistema regulador de flujo

La regulación del flujo a la cámara de alimentación y tubería de transporte se lleva a cabo mediante una válvula a la entrada del sistema. La cantidad de aire suministrado se registra a través de un transmisor diferencial SITRANS P de la firma SIEMENS conectado a un platillo orificio calculado y calibrado, el que permite ajustar la velocidad del gas en la tubería de transporte.

Cámara de bombeo

El aire proveniente del tanque almacenador después de pasar por el sistema regulador de flujo se introduce en la cámara de alimentación en dos niveles: uno superior llamado aire de dosificación y otro inferior denominado aire de transporte. Está dotada de la instrumentación necesaria para ajustar los parámetros en la línea de transporte y una válvula de entrada para la carga del material. Tiene un volumen de 0,9 m³, la carga inicial para la ejecución de los experimentos se escoge de acuerdo con el volumen del recipiente y la densidad aparente del material.

Tubería de transporte

El mineral laterítico fluidizado en la cámara de alimentación es arrastrado por un flujo de aire a través de una tubería de 100mm de diámetro interior. El sistema presenta tramos horizontales, verticales y accesorios que garantizan la similitud geométrica con las instalaciones industriales. En cada uno de los puntos de medición se colocaron transmisores de presión puntual con una señal de salida de 4 – 20 mA. Para medir la caída de presión las señales de corriente se enviaron a un registrador multipunto PIEZOGRAPH 2 con 32 canales de entradas. El equipo está dotado de un conjunto de funciones y valores que permite ajustar de forma segura y simple todos los parámetros de servicio. Este informa mediante lista de selección las funciones de cada entrada, lo que propician obtener los

valores de la presión diferencial entre los diferentes puntos seleccionados.

2.4.2. Diseño experimental

Selección de las variables

De acuerdo con el modelo teórico desarrollado las pérdidas en tuberías horizontales y verticales en el transporte del mineral laterítico dependen de los siguientes factores:

- Diámetro de las partículas transportadas
- Velocidad del flujo
- Presión en la línea de transporte
- Concentración de la mezcla
- Posición geométrica de la línea de transporte

Diámetro de las partículas

Considerando los diámetros de partículas del mineral laterítico obtenidos a partir del análisis granulométrico de las muestras tomadas, se fijan cuatro fracciones de partículas obtenidas después de un proceso de tamizado; su diámetro promedio se calcula por la siguiente expresión:

$$ds = \frac{d_{t1} + d_{t2}}{2} \quad (2.65)$$

Donde:

d_{t1} - Diámetro del primer tamiz por donde pasan las partículas; mm

d_{t2} - Diámetro del segundo tamiz por donde no pasan las partículas; mm

Se escoge un cuarto valor de la variable con el material mezclado como se obtiene en la industria después del proceso de molienda. Se tienen de esta forma los siguientes valores del diámetro de partículas: $dx > 0,250\text{mm}$; $dx = 0,1875\text{mm}$; $dx < 0,1075\text{mm}$; $dx = \text{mezcla de mineral}$.

Velocidad del flujo

La selección correcta de la velocidad del gas es de vital importancia en los sistemas de transporte neumático; esta depende del tipo de transporte en fase fluida o densa, en ambos casos se toma como referencia la velocidad de flotación de las partículas en un flujo de aire vertical.

En el análisis se obtiene el comportamiento de la velocidad de flotación en el transporte del mineral laterítico en un flujo de aire. De esta variable se escogen 5 niveles, los que cambian para cada diámetro de partículas examinadas como se muestra en la tabla 2.2. Con ello se garantiza la similitud cinemática con los sistemas industriales.

Presión del gas

En los sistemas de transporte neumático es necesario controlar la presión del gas transportador debido al incremento de las pérdidas de presión con la variación de otros parámetros tales como: la concentración y la velocidad del gas transportador. Esta tiene gran influencia en la demanda de potencia del alimentador de aire y de energía específica del sistema. La variación de la presión se debe fundamentalmente a la fluctuación del flujo de aire en el sistema; si la demanda aumenta por encima de la capacidad de los compresores, la presión tiende a disminuir y viceversa. Para garantizar que se mantenga constante en la entrada se emplean los sistemas de regulación. En los diferentes experimentos se aplica la regulación mediante descarga del aire en exceso a la atmósfera y la regulación por paradas temporales.

Para establecer los valores de esta variable se tiene en cuenta su estrecha relación con la velocidad del gas. Se fijan cinco niveles en la cámara de alimentación expresado en presión manométrica que son: 300 kPa; 250 kPa; 200 kPa; 150 kPa; 100 kPa.

Concentración de la mezcla

La concentración de la mezcla expresa la cantidad de material transportado por unidad de volumen de aire y se determina de forma indirecta. En cada experimento se establece la concentración de la mezcla mediante la cantidad de material transportado por unidad de tiempo y la velocidad del gas transportador. En esta variable no se fijan niveles iniciales, sus resultados se obtienen a partir de la variación de los restantes factores involucrados en el proceso (velocidad de la corriente, diámetro de partículas, presión del gas y posición geométrica de las tuberías).

Posición geométrica de la línea de transporte

Se escogen dos niveles en esta variable: las posiciones horizontales y verticales que coinciden con las longitudes rectas de los sistemas de transporte neumático.

Número de corridas experimentales

Para establecer el número de corridas experimentales se aplica un diseño multifactorial, el que de acuerdo con los niveles prefijados de cada una de las variables suma un número de 200; pero con el objetivo de comprobar la validez de los mismos y disminuir los errores de observación, en todos los niveles se efectúan 3 réplicas, lo que concluye con un total de 600 corridas experimentales. Se realizan además corridas con valores intermedios de las variables. En la tabla 2.2 se muestra un resumen del diseño experimental efectuado.

Tabla 2.2. Matriz del diseño experimental seleccionado

Diámetro de partículas (mm)	Tubería Horizontal			Tubería vertical		
	Cantidad de experimentos	Niveles de presión manométrica (kPa)	Niveles de velocidad (m/s)	Cantidad de experimentos	Niveles de presión manométrica (KPa)	Niveles de velocidad (m/s)
> 0,250	75	300	6,72	75	300	6,72
		250	8,14		250	8,14
		200	9,55		200	9,55
		150	10,62		150	10,62
		100	12,74		100	12,74
0,1875	75	300	5,66	75	300	5,66
		250	7,08		250	7,08
		200	8,49		200	8,49
		150	9,91		150	9,91
		100	11,32		100	11,32
<0,1075	75	300	4,95	75	300	4,95
		250	6,37		250	6,37
		200	7,78		200	7,78
		150	9,20		150	9,20
		100	10,62		100	10,62
Mezcla	75	300	6,72	75	300	6,72
		250	8,14		250	8,14
		200	9,55		200	9,55
		150	10,62		150	10,62
		100	12,74		100	12,74

Técnica experimental

El material proveniente de los yacimientos se somete a un proceso de secado, molienda y tamizado hasta obtener las fracciones de partículas seleccionadas (ds) con una humedad promedio del 4,5 %.

Para poner a punto la instalación se calibran los instrumentos de medición

y se hacen experimentos con aire limpio, se comparan los resultados experimentales con los obtenidos a partir de la ecuación de Darcy.

Mediante el sistema de regulación de flujo y el diseño experimental para fijar cada uno de los niveles se le suministra aire de fluidización a la cámara de alimentación con la válvula cerrada y luego de forma estable a la tubería de transporte. Se establece el régimen de flujo deseado y se efectúan las mediciones de pérdidas de presión en los puntos seleccionados en los tramos horizontales y verticales.

La cantidad de material transportado se determina por medio de pesadas con una balanza cuyo error en la escala es de 0,005 kg. El tiempo de duración de cada experimento se registra con un cronómetro y su precisión es de 0,1 segundo.

Conocida la cantidad de material transportado y el flujo de aire por unidad de tiempo, se determina la concentración de la mezcla. Este procedimiento se repite hasta abarcar todas las combinaciones de acuerdo con los niveles de las variables seleccionadas. El movimiento de la mezcla bifásica se observa a través de un tubo transparente colocado en ambas líneas.

2.4.3. Identificación del modelo matemático

La identificación del modelo matemático juega un papel fundamental porque en ella se establece su adecuación al objeto estudiado; de ahí que se aplica un algoritmo de identificación mediante la contraposición de los resultados experimentales con los del modelo.

Algoritmo de identificación del modelo

La tarea de identificación del modelo matemático consiste en la determinación de los parámetros característicos del mineral laterítico [velocidad de flotación (V_F) y velocidad relativa entre el gas y el sólido ($V_g - V_s$)] para los que se garantiza la adecuación del modelo que describe el proceso. De ahí que sea necesario comparar los valores de las características

Y_o del proceso tecnológico real $\left[\left(\frac{dp}{dx} \right)_{exp} \right]$ que se encuentran en las tablas (1 – 8) de los anexos, con las magnitudes Y_M a la salida del objeto $\left[\left(\frac{dp}{dx} \right)_{teórico} \right]$ por las ecuaciones (2.40; 2.41; 2.52; 2.53). Es mejor aquel juego de parámetros para el que se minimiza la medida m de las cercanías de las magnitudes Y_o y Y_M .

$$m[Y_O - Y_M] \rightarrow \min \quad (2.66)$$

En la identificación del modelo es necesario variar los parámetros en dependencia de la medida de diferencia de los componentes de las características Y_O y Y_M , para ello se utiliza el procedimiento iterativo a partir del estado de referencia y el método de Runge – Kutta cuarto orden que toma en cuenta el comportamiento de la derivada en cuatro puntos de cada intervalo. Este método como parte del proceso iterativo se utiliza para resolver el modelo teórico y encontrar los valores de los parámetros característicos en el mineral laterítico (velocidad de flotación y velocidad relativa entre el gas y el sólido).

El algoritmo de identificación de acuerdo con los planteamientos anteriores toma la forma siguiente:

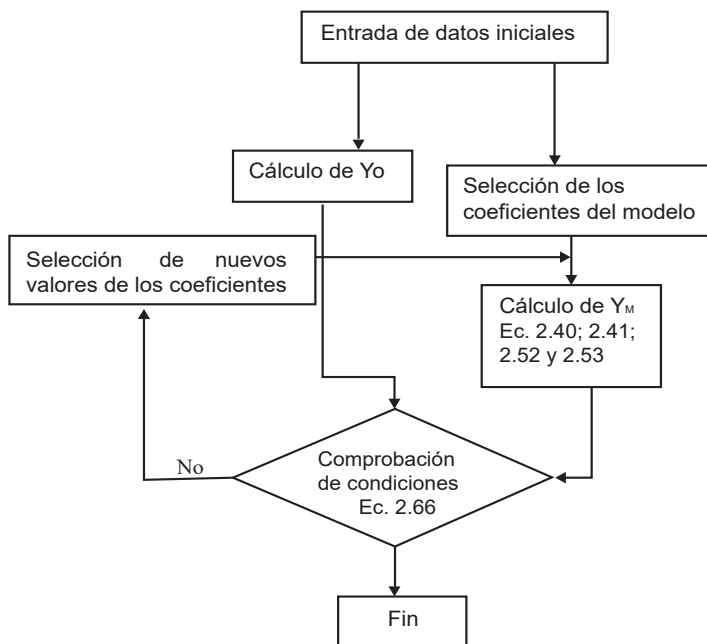


Figura 2.3. Algoritmo de identificación del modelo

Resultados experimentales y valores de los parámetros del modelo

El procesamiento estadístico de los resultados experimentales se efectúa mediante los errores admisibles de los valores de las variables. Los parámetros de cálculo del análisis estadístico son:

Media aritmética:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2.67)$$

Donde:

x_i - elementos de la serie.

n - número de pruebas.

Desviación media:

$$\Delta \bar{X} = \frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{n} \quad (2.67)$$

La varianza muestral:

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \quad (2.68)$$

La raíz cuadrada de la varianza muestral se denomina error estándar S_x . El error estándar de la media aritmética es:

$$\delta = \frac{t_d \cdot S_x}{\sqrt{n}} \quad (2.69)$$

El procesamiento estadístico se ejecuta con el empleo del criterio de Student para una probabilidad del 0,95 mediante la comparación del t observado con t_d de la tabla:

$$t = \frac{|X_i - \bar{X}|}{S_x} \quad (2.70)$$

En todos los casos se confirma que $t < t_d$ por lo que la dispersión entre los resultados obtenidos no es significativa, encontrándose el error estándar de la media aritmética por debajo del 5%.

La confirmación de la validez de los valores experimentales con el modelo teórico se desarrolla a través del error relativo, o sea, la diferencia entre el módulo del valor experimental “Xexp” de la caída de presión y el valor teórico “Xteo” obtenido por el modelo para las mismas condiciones del experimento.

El error relativo puntual se calcula por la siguiente expresión:

$$E_p = \left| \frac{X_{teo_{exp}}}{X_{exp}} \cdot 100 \right| \quad (2.71)$$

El error relativo promedio se expresa por:

$$E = \sum_{i=1}^n \left| \frac{X_{exp} - X_{teo}}{X_{exp}} \right| \cdot \frac{100}{n} \quad (2.72)$$

Del cálculo de los errores relativos puntuales para cada uno de los diámetros de partículas se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 2.3. Errores relativos puntuales para cada diámetro de partículas.

Tubería horizontal			Tubería vertical		
dx (mm)	Oscilación (%)	Error puntual (%)	dx (mm)	Oscilación (%)	Error puntual (%)
dx > 0,250	(0 – 5)	16	dx > 0,250	(0 – 5)	8
	(5 – 10)	60		(5 – 10)	88
	(10 – 15)	24		(10 – 15)	4
dx = 0,1875	(0 – 5)	8	dx = 0,1875	(0 – 5)	0
	(5 – 10)	72		(5 – 10)	84
	(10 – 15)	20		(10 – 15)	16
dx <0,1075	(0 – 5)	0	dx <0,1075	(0 – 5)	0
	(5 – 10)	60		(5 – 10)	56
	(10 – 15)	40		(10 – 15)	44
dx = mezcla	(0 – 5)	0	dx= mezcla	(0 – 5)	0
	(5 – 10)	64		(5 – 10)	100
	(10 – 15)	36		(10 – 15)	0

En la tabla 2.3 se muestra un resumen de los errores relativos puntuales para cada diámetro de partículas. Se observa que los errores puntuales estuvieron siempre por debajo del 15%, donde predomina el intervalo entre el (5 –10) %. En la literatura se hace un examen de los errores y sus posibles fuentes, se especifica que en cálculos de ingeniería una desviación del

(20 – 25) % es satisfactoria, pues en cada error influyen los siguientes factores:

- Características de los instrumentos de medición, que en algunos casos pueden ser industriales con menor precisión.
- Perturbaciones que puedan ocurrir en las variables prefijadas durante las mediciones.
- Los valores experimentales son promedios de las réplicas.

- Posibles errores de apreciación cometidos en las mediciones, por pequeñas oscilaciones que ocurren en los líquidos manométricos durante los experimentos.

Tabla 2.4. Valores de velocidad relativa y velocidad de flotación para los diferentes diámetros de partículas.

dx (mm)	Tubería horizontal			Tubería vertical		
	$V_{gA} - V_{sA}$ (m/s)	V_{fA} (m/s)	E (%)	$V_{gA} - V_{sA}$ (m/s)	V_{fA} (m/s)	E (%)
0,250	4,27	5,21	7,84	2,32	5,21	7,10
0,1875	3,6	4,74	8,02	1,97	4,74	8,53
0,1075	3,39	3,83	9,31	1,51	3,83	10,07
Mezcla	5,18	5,21	9,54	2,74	5,21	7,04

En la tabla 2.4 se exponen los valores de velocidad de flotación y velocidad relativa para cada uno de los diámetros de partículas con el fin de minimizar los errores relativos.

El error relativo promedio, en todos los casos, se encuentra por debajo del 10,1% y de acuerdo con los errores relativos puntuales el 87% de ellos estuvo por debajo del 10%. Esto confirma la validez de los resultados obtenidos a partir de la modelación teórica de los sistemas de transporte neumático.

2.4.4. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas para tuberías horizontales y verticales

Con el empleo de los parámetros del modelo, característicos para el mineral laterítico (tabla 2.4), se estudia el comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas para los diferentes diámetros de las partículas manipulados en los experimentos.

En las figuras 2.4 – 2.6 se exponen los valores de dependencia de las pérdidas de presión para diferentes flujos másico de sólido. En todos los casos se usa un diámetro de tubería de 100mm, el modelo teórico y los valores de velocidad relativa y de flotación de la tabla 2.4.

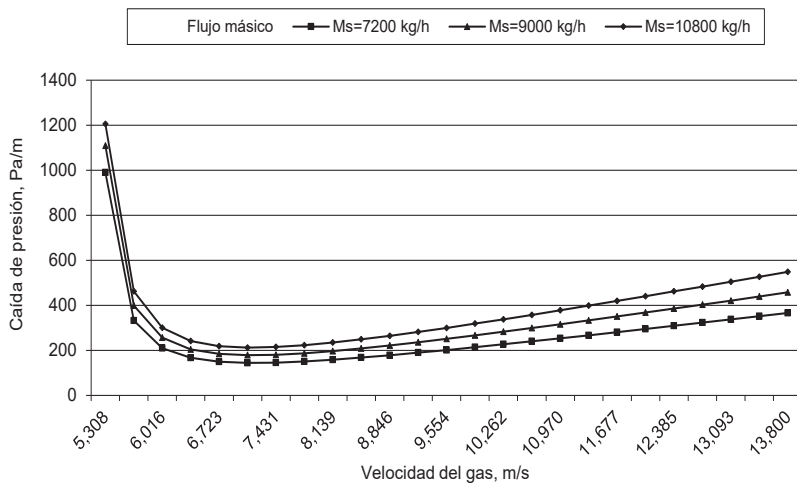


Figura 2.4. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías horizontales y $dx = 0,1075$ mm.

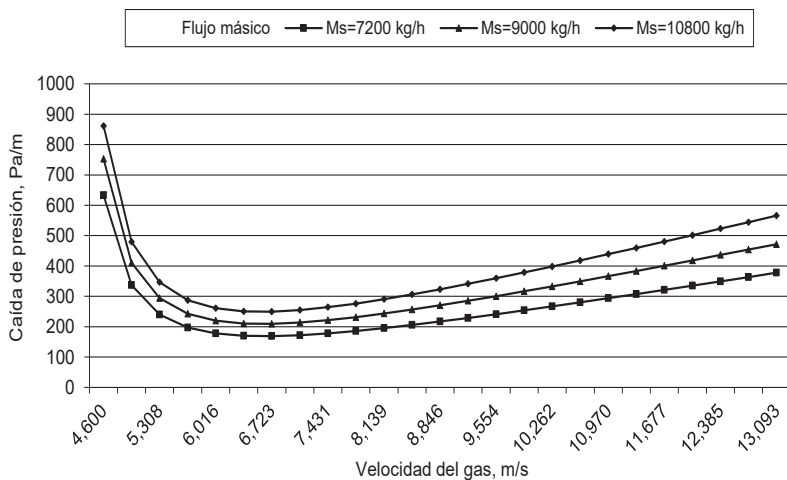


Figura 2.5. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías horizontales y $dx = 0,1875$ mm.

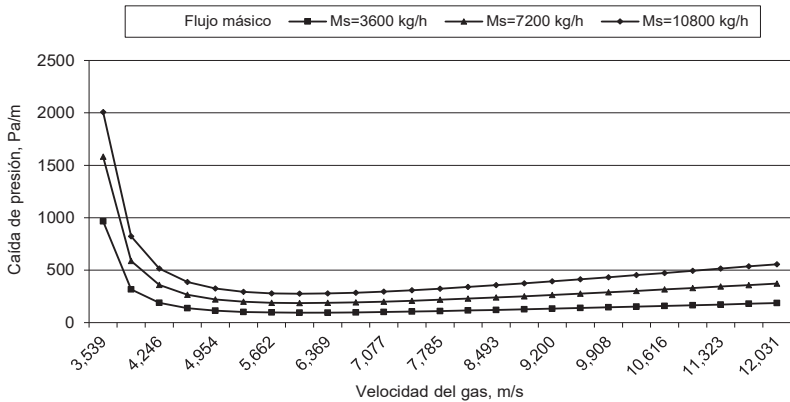


Figura 2.6. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías horizontales y $dx = 0,250$ mm.

En la figura 2.7 se examina el comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas para el material mezclado, donde se incluyen las diferentes clases de tamaño presente en las muestras.

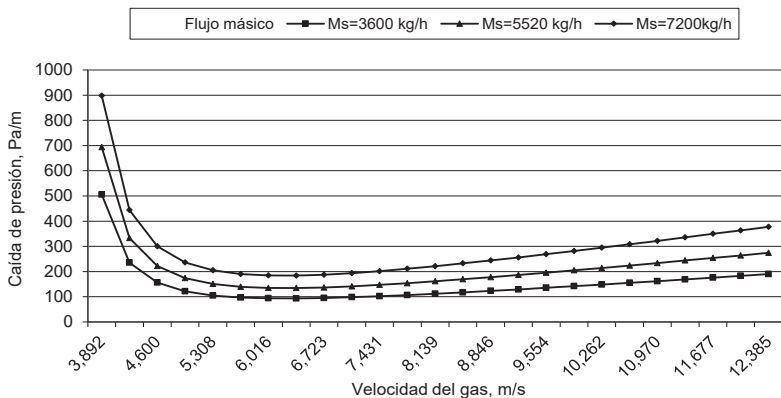


Figura 2.7. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías horizontales y $dx =$ mezcla de material.

En la figura 2.8 se observa el comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas para los diferentes diámetros de las partículas.

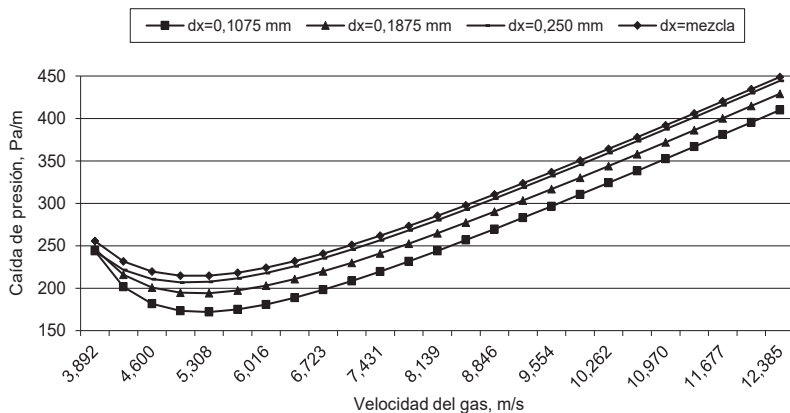


Figura 2.8. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías horizontales y $M_s = 7200$ kg/h.

Las cinco figuras anteriores examinan la influencia de la velocidad del gas en las pérdidas de presión durante el transporte neumático del mineral laterítico. Los resultados exponen que independientemente del diámetro de las partículas con el incremento del flujo de gas se produce una reducción de la caída de presión hasta alcanzar un valor determinado a partir del que comienza nuevamente a crecer.

En la zona de mínima caída de presión, la reducción de la velocidad provoca un rápido incremento de la concentración de sólido y se alcanza un punto donde el gas no puede arrastrar todo el material, depositándose en el fondo de la tubería. El fenómeno es conocido como “transporte a saltos” y es identificado por grandes fluctuaciones de presión.

La velocidad de transporte a saltos es definida como la más baja velocidad en la que el transporte en fase fluida puede ser operado con una alimentación de sólido determinada. Con el incremento de la alimentación de sólido la velocidad de choque es mayor; esta marca el límite entre las fases fluida y densa en el transporte horizontal. Nótese que la velocidad de transporte a saltos se puede obtener si se reduce la velocidad del gas para un flujo de sólido constante o por incremento del flujo de sólido para una velocidad del gas constante.

Una vez conocidos estos resultados, además de establecer la velocidad de tránsito entre las fases densa y fluida se pueden construir las características de transporte neumático en las condiciones industriales, determinar los

parámetros racionales, definir el consumo específico de energía y simular el comportamiento en cualquier otra condición de trabajo del sistema.

El comportamiento del transporte neumático del mineral laterítico en tuberías horizontales muestra diferencias considerables en relación con el transporte en la línea vertical, estas se observaron a través de tuberías transparentes conectados en ambas líneas y a partir del análisis en el comportamiento de los diferentes parámetros de los sistemas.

Los resultados del transporte obtenidos para los diámetros de partículas variables en tuberías verticales se exponen en las figuras 2.9 – 2.11.

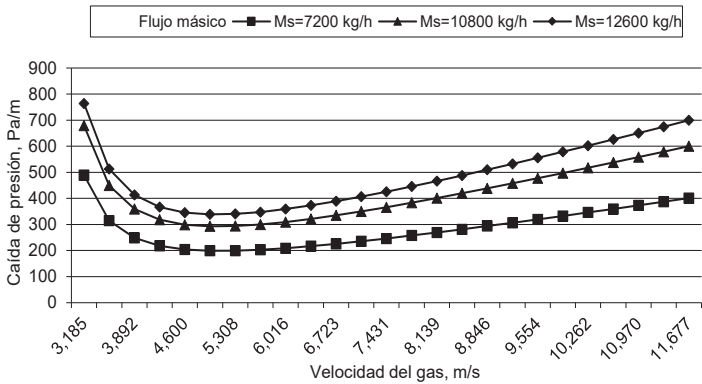


Figura 2.9. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías verticales y $dx = 0,1075$ mm.

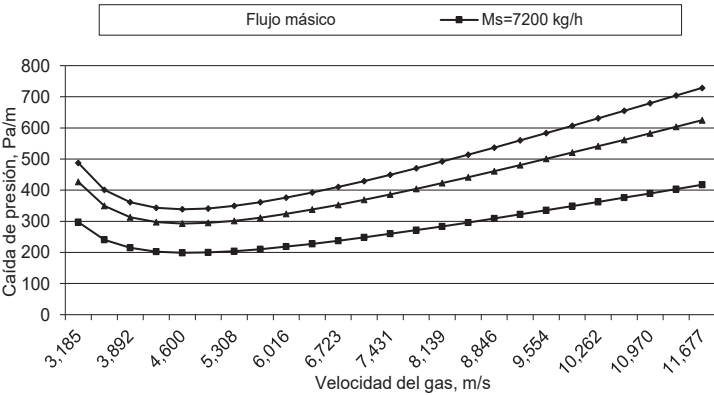


Figura 2.10. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías verticales y $dx = 0,1875$ mm.

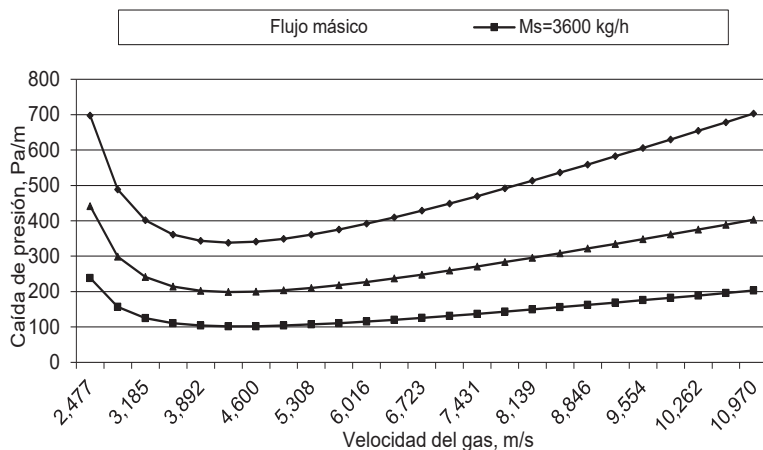


Figura 2.11. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías verticales y $dx = 0,250 \text{ mm}$,

En la figura 2.12 se expone la dependencia de las pérdidas de presión en función de la velocidad del gas para la mezcla de material. mm.

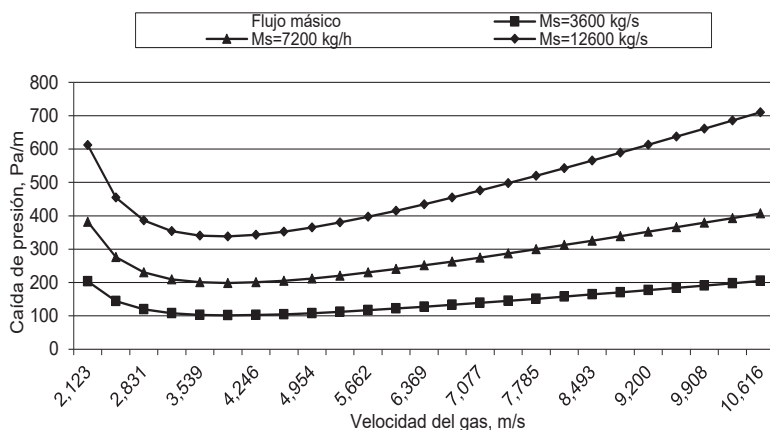


Figura 2.12. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías verticales y $dx = \text{mezcla de mineral}$.

El comportamiento de la caída de presión en tuberías verticales en función de la velocidad del gas para los diferentes diámetros de las

partículas se observa en la figura 2.13. En la figura se observa, al igual que en el transporte horizontal, una zona de caída de presión mínima donde se localiza el tránsito entre la fase densa y fluida. Este fenómeno se conoce como “choque” y la velocidad donde ocurre el mismo se le llama “velocidad de choque”.

De acuerdo con los resultados obtenidos para un diámetro de tubería de 100mm y un flujo de sólido constante, la velocidad de choque es siempre menor que la de transporte a saltos en tuberías horizontales; además en los sistemas de transporte neumático la velocidad de paso entre una fase y otra debe ser seleccionada a partir de la de transporte a saltos.

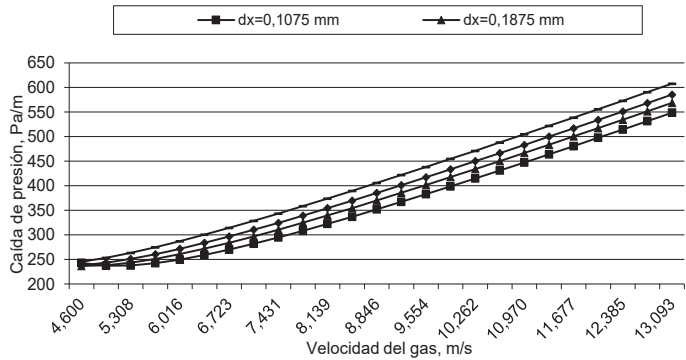


Figura 2.13. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías verticales y $M_s = 8640$ kg/h.

Las pérdidas de presión en el transporte vertical son mayores que en el horizontal, este comportamiento en el mineral laterítico se expone en las figuras 2.14 y 2.15.

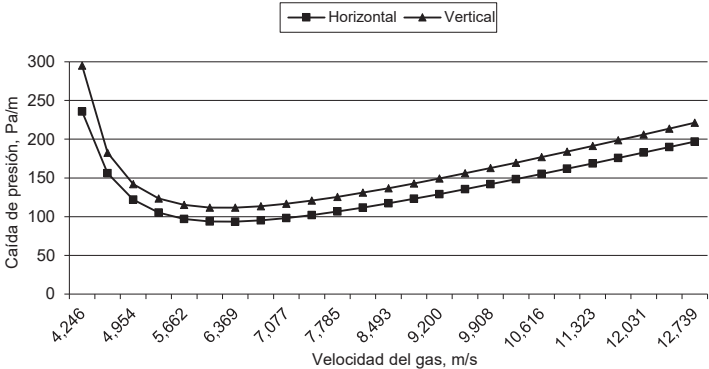


Figura 2.14. Comparación de la caída de presión en función de la velocidad del gas en tuberías horizontales y verticales $M_s = 3600 \text{ kg/h}$.

En la figura 2.15 se observa que el cociente de presión entre ambas líneas se encuentra entre 1.1 y 1.45 en función de la velocidad del gas en que trabaje el sistema, esto permite seleccionar el comportamiento del transporte en una línea si se conocen con anterioridad las características de transporte en la otra. Los mayores valores del cociente se encuentran en la zona de tránsito entre la fase densa y fluida; se observa además un incremento del mismo con el aumento del flujo másico de material transportado.

En las figuras 2.16 y 2.17 se examina el comportamiento de la caída de presión en función de la longitud de la tubería para diferentes valores de concentración. En ellas se observa un incremento de las pérdidas con el incremento de la concentración de la mezcla, aunque para el análisis de los parámetros de eficiencia es necesario considerar el concepto de energía específica y el comportamiento de las características de transporte que ofrecen mayor información sobre el proceso investigado.

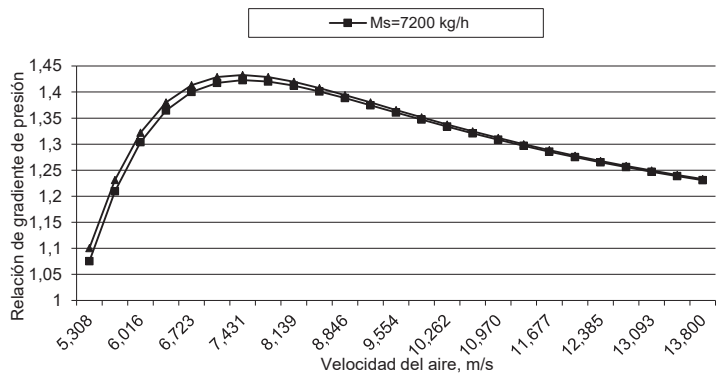


Figura 2.15. Comportamiento de $(dp/dx)_{vertical}/(dp/dx)_{horizontal}$ en función de la velocidad del gas.

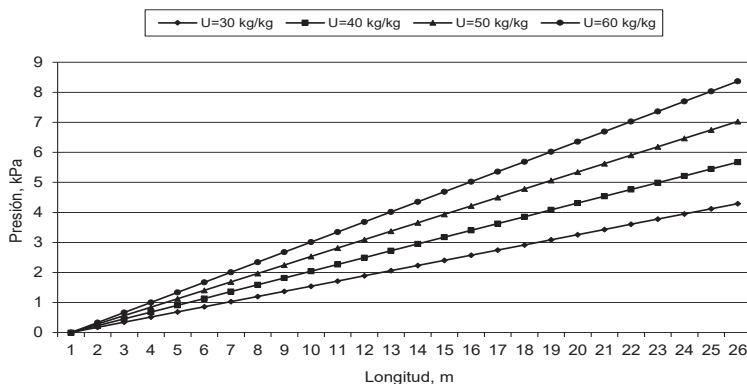


Figura 2.16. Comportamiento de la caída de presión en función de la longitud de la tubería en la línea horizontal.

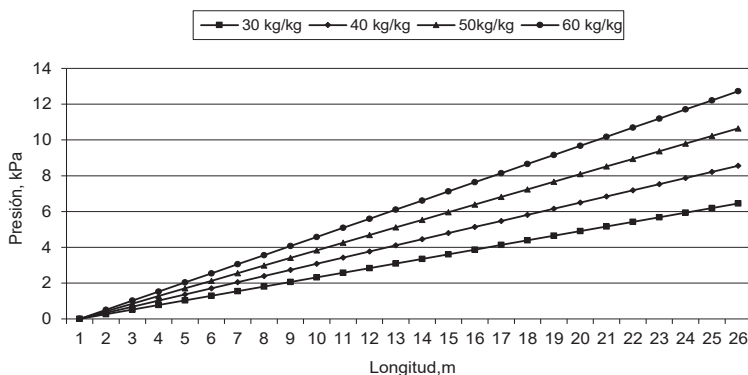


Figura 2.17. Comportamiento de la caída de presión en función de la longitud de la tubería en la línea vertical.

2.4.5. Simulación del transporte neumático del mineral laterítico en condiciones industriales

Con los valores de los parámetros del modelo, característicos para el mineral laterítico (velocidad de flotación y velocidad relativa entre el gas y el sólido), las ecuaciones 2.41, 2.42 y las expresiones de enlace, se simula el transporte neumático del mineral laterítico en condiciones industriales. Se compara el comportamiento de los parámetros actuales y los obtenidos a través de la simulación. Se construyen las características de transporte

y se establece la zona de trabajo racional a partir de consideraciones esenciales sobre el consumo de energía.

Para la simulación se escogen tres grupos fundamentales de sistemas de transporte neumático que son:

- 1. Transporte neumático desde la salida de los secaderos hasta las tolvas de producto final de los molinos (cuatro sistemas independientes).
- 2. Transporte neumático desde las tolvas de producto final de los molinos hasta los silos (seis sistemas independientes).
- 3. Transporte neumático desde los silos hasta las tolvas de los hornos de reducción (nueve sistemas independientes).

Los detalles en la configuración de las líneas usadas en el proyecto se exponen en la tabla 2.5

Tabla 2.5. Características de los sistemas de transporte neumático

Sistema	Diámetro (mm)	Longitud (m)		# de codos	Cantidad de material (T/h)
		Horizontal	Vertical		
1	250	356	16	4	280
2	250	87	30	6	440
3	250	232	42	5	440

2.4.6. Simulación de las pérdidas de presión en función de la velocidad del gas para tuberías horizontales y verticales

En el literal 2.4 se analiza el comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas para diferentes condiciones del sistema, este razonamiento se efectúa para pequeñas cantidades de material transportado en la instalación experimental (menores de 15 T/h). Si se consideran los flujos industriales a transportar (tabla 2.5), en este epígrafe se simula el comportamiento para diferentes diámetros de tuberías y configuraciones horizontales y verticales. Ello se hace con el empleo de los modelos expresados por las ecuaciones 2.41, 2.42.

En las gráficas 2.18 y 2.19 se observa la existencia de valores de velocidad del gas para los que las pérdidas de presión son mínimas, esta zona coincide con el tránsito entre la fase densa y la fase fluida. A partir de estos valores

las pérdidas de presión aumentan con el incremento de la velocidad del gas y se produce una rápida reducción de la concentración de la mezcla. En tuberías horizontales el valor promedio de la velocidad de transporte a saltos es 6,12 m/s y para tuberías verticales la velocidad de choque es 5,21 m/s, por lo que se observa que en un sistema combinado es necesario escoger la velocidad mínima a partir del límite establecido de la velocidad de transporte a saltos en tuberías horizontales.

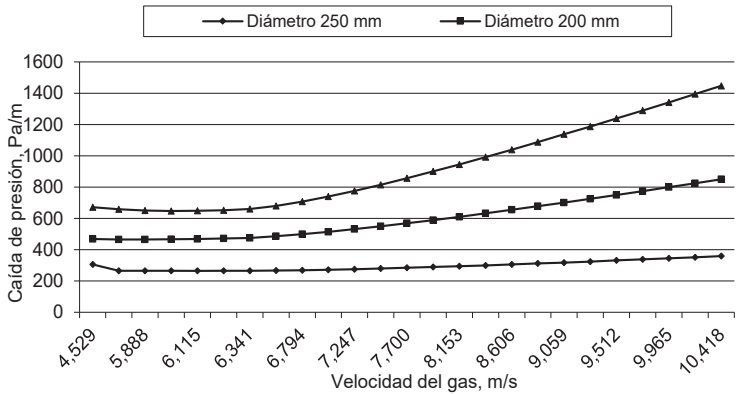


Figura 2.18. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas para tuberías horizontales y Ms=100 T/h.

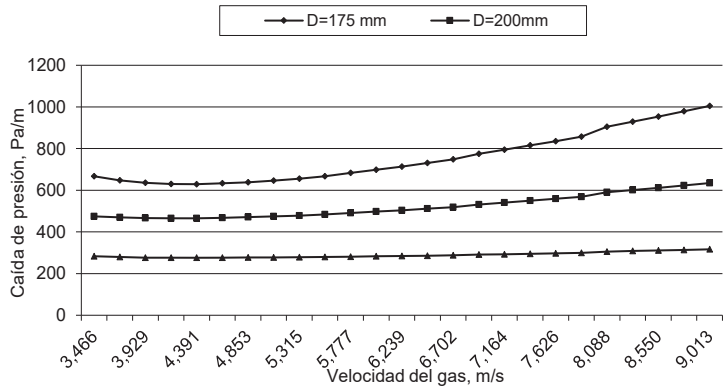


Figura 2.19. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas para tuberías verticales y Ms=100 T/h

2.4.7. Simulación de las características de transporte en tuberías horizontales y verticales

Para observar la interrelación entre los parámetros que intervienen en el transporte neumático del mineral laterítico y obtener la información necesaria sobre el comportamiento de las variables, es necesario simular las características de transporte, para ello se utiliza el modelo matemático en tuberías horizontales y verticales, así como las ecuaciones de las pérdidas en accesorios obtenidas en el literal 2.3.

El punto de operación de un sistema de transporte neumático puede ser especificado por tres parámetros fundamentales:

- La variación del flujo másico de sólido a través de la tubería
- La variación del flujo másico de gas usado para transportar los sólidos
- La caída de presión necesaria para manejar el flujo.

El primer parámetro especifica el punto de rendimiento del sistema y los restantes el punto de operación del alimentador de aire (usualmente el componente más caro del sistema). Con el uso de los tres se define el rango de posibles condiciones de operación logradas por un material a granel en un sistema particular, este comportamiento es conocido como la característica de transporte de materiales.

En las características de transporte se expone el comportamiento del flujo másico de sólido en función del flujo másico de gas y la caída de presión necesaria para transportar el material a diferentes concentraciones. Ellas se simulan para tuberías horizontales, verticales y codos.

En tuberías horizontales este comportamiento se observa en las figuras 2.20 y 2.21. En ellas está presente una zona de trabajo racional de los sistemas de transporte neumático desplazada hacia la izquierda de las figuras donde se alcanzan los mayores valores de concentración y las menores pérdidas de presión.

Con el aumento de la concentración de la mezcla crece el flujo másico de sólido transportado, pero ello va acompañado del incremento de la caída de presión en el sistema, por lo que para la selección de los parámetros racionales además de trabajar con las gráficas de las características de transporte es necesario considerar el consumo específico de energía.

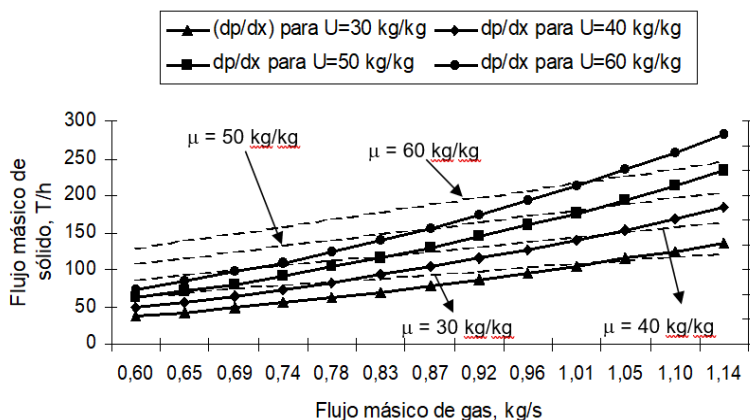


Figura 2.20. Característica de transporte neumático del mineral laterítico en tuberías horizontales y $D = 250$ mm.

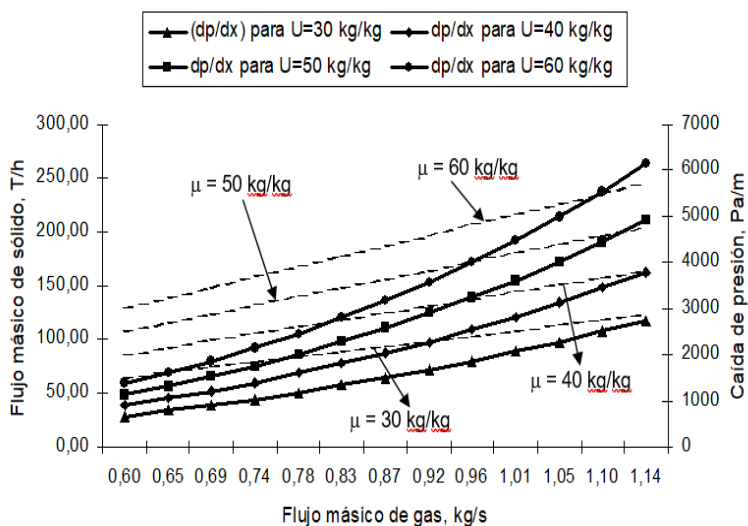


Figura 2.21. Característica de transporte neumático del mineral laterítico en tuberías horizontales y $D = 200$ mm.

De forma similar, la simulación de las características de transporte para tuberías verticales y diferentes diámetros de la tubería se exponen en las figuras 2.22 y 2.23.

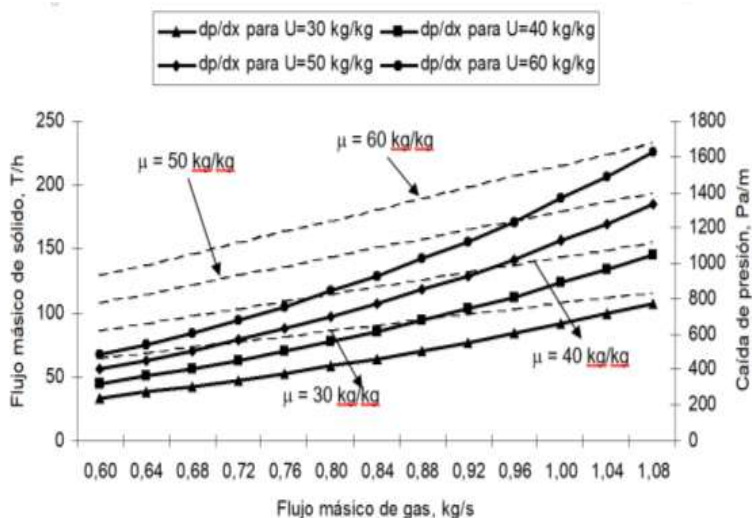


Figura 2.22. Característica de transporte neumático del mineral laterítico en tuberías verticales y $D = 250$ mm.

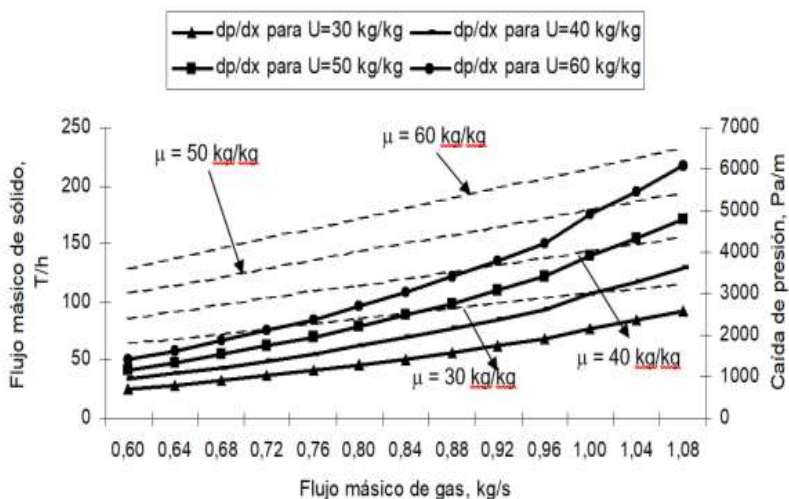


Figura 2.23. Característica de transporte neumático del mineral laterítico en tuberías verticales y $D = 200$ mm.

Las características de transporte en tuberías horizontales y verticales se simulan para un amplio rango de flujo másico de sólido, desde 65 T/h – 230 T/h. Los resultados de las figuras 2.20 – 2.23 revelan que independientemente de la orientación de la tubería con el incremento del flujo másico de gas, se incrementa el gradiente de presión necesario para transportar el material. Esto sucede hasta la zona de tránsito entre la fase densa y fluida donde ocurre lo contrario. Las menores caídas de presión ocurren para un diámetro de 250mm.

Estos resultados no son suficientes para definir los parámetros de transporte neumático, aunque permiten obtener criterios preliminares que se complementan con el análisis de las pérdidas en accesorios, la valoración del consumo de energía específica de los sistemas y el ajuste del modelo en una unidad productiva.

2.4.8. Simulación de las pérdidas en codos

Para el análisis de las pérdidas en codos se emplean las ecuaciones (2.54 – 2.62), la simulación del comportamiento de estas pérdidas en tres posiciones diferentes: horizontal - horizontal

(H – H), horizontal – vertical (H – V) y vertical – horizontal (V – H) se observan en las figuras 2.24 – 2.26.

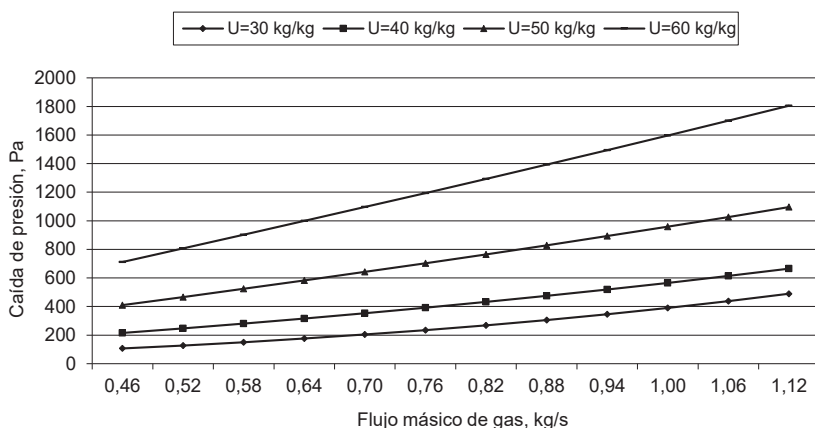


Figura 2.24. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en codo horizontal – horizontal.

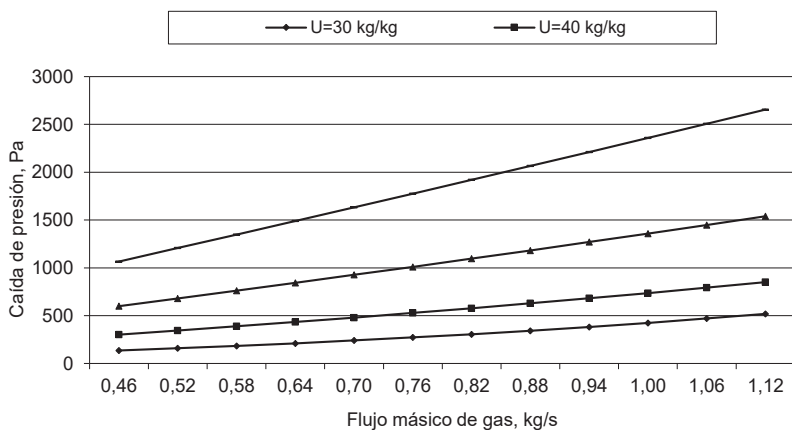


Figura 2.25. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en codo vertical – horizontal.

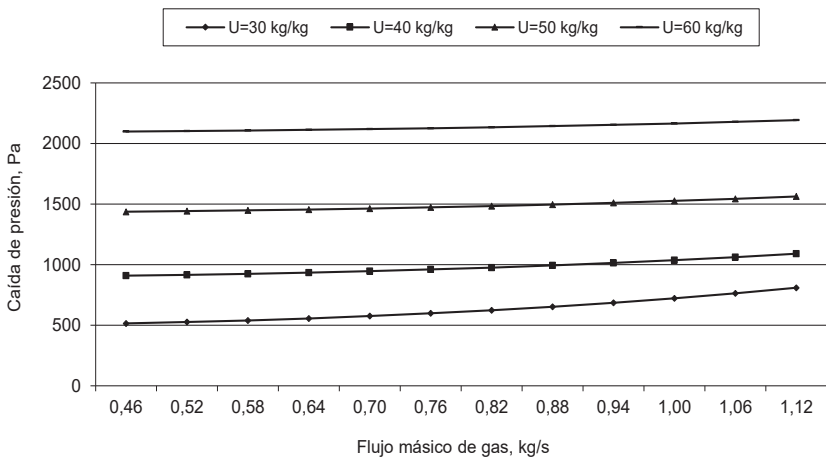


Figura 2.26. Comportamiento de la caída de presión en función de la velocidad del gas en codo horizontal – vertical.

2.4.9. Simulación de las características de transporte de los sistemas generales

Para examinar el comportamiento total del sistema mediante la interrelación de los parámetros de cada uno de los elementos se construye las características de transporte que incluyen de forma integrada las pérdidas en tramos horizontales, verticales y codos. En estos últimos se tiene en cuenta la zona dispersa y de dispersión del material, se incluye además las pérdidas en la alimentación del material. Los efectos del estudio se exponen en las figuras 2.27 - 2.29 para un diámetro de tuberías de 250 mm. En las características de transporte se interrelacionan los parámetros fundamentales de un sistema, ellos son: Flujo másico de gas, flujo másico de sólidos, caída de presión y concentración de la mezcla.

En las figuras 2.27 hasta la 2.29 se observa el incremento de la caída de presión con la concentración de la mezcla y el flujo másico de gas. En las zonas inferiores a 0,7 kg/s se producen las menores pérdidas de presión, las que se encuentran por debajo de los 3.105 Pa. Los valores de flujo másico de sólidos alcanzan las 120 T/h, lo que permite transportar la cantidad de material necesaria en cada etapa del proceso.

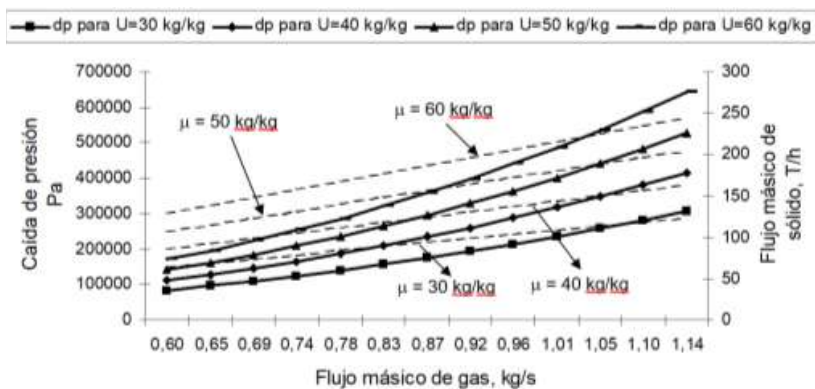


Figura 2.27. Característica de transporte neumático del mineral laterítico para el sistema 1 y $D=250$ mm.

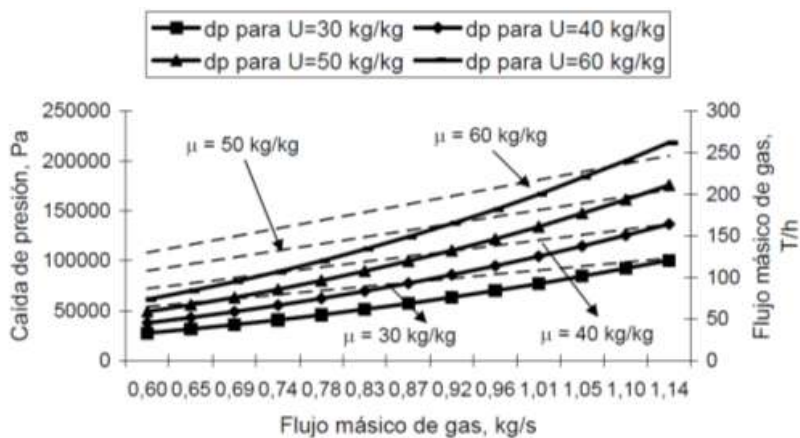


Figura 2.28. Característica de transporte neumático del mineral laterítico para el sistema 2 y D=250 mm.

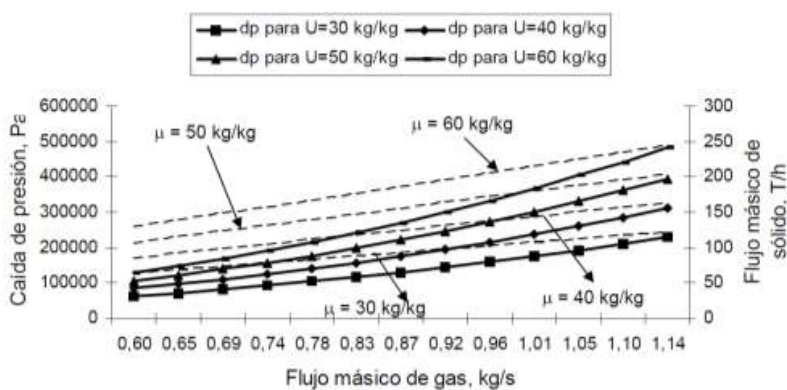


Figura 2.29. Característica de transporte neumático del mineral laterítico para el sistema 3 y D=250 mm.

2.4.10. Valoración económica

Los costos de los sistemas de transporte neumático pueden dividirse en costo capital y costo de operación por tonelada de material transportado. Los costos de operación determinan el consumo de energía específica que tiene las unidades de kJ/kg de material transportado. La energía específica varía para un sistema de transporte neumático con el cambio de las propiedades del material y comportamiento del aire usado.

Costo capital

Los sistemas de transporte neumático constan de cuatro elementos fundamentales: tubería, cámara de alimentación, alimentador de aire y separador. El costo de cada uno de ellos cambia con el diámetro de la tubería y con esta la presión y el flujo de aire alimentado. El efecto del incremento en los costos con el diámetro de la tubería es fácil de predecir. Otros como: el costo del alimentador de aire, la cámara de alimentación y el separador para un rango de trabajo determinado, son más difíciles de predecir. No obstante, cuando las condiciones de diseño para cada sistema han sido establecidas, las componentes necesarias son especificadas y la estimación de los costos capitales son obtenidos.

Costo de operación

El costo de operación de un sistema de transporte neumático se divide en tres partes fundamentales.

- Costo debido a la degradación del producto
- Costo de mantenimiento
- Costo energético

Degradación del producto

El material al ser transportado en una tubería puede sufrir daños debido a las colisiones con otras partículas y con las paredes de la tubería, particularmente cercano a los codos. La cantidad de daños al material depende de la naturaleza, forma de este y la velocidad de transporte; el costo de los daños depende del cambio en el valor del producto y sus efectos en el proceso siguiente. El material fino producido requiere de un proceso adicional para llevarlo hasta las especificaciones requeridas.

Es difícil en la etapa de diseño predecir cuantitativamente la extensión del cambio de diámetro de las partículas y las pérdidas consecuentes en

el valor del producto o el incremento en el costo del proceso. Cuando la degradación es considerable se aconseja el empleo de los sistemas con velocidades cercanas al transporte en fase densa.

Costo de mantenimiento

Los sistemas de transporte neumático son en la mayoría de los casos parte integrante de una planta de proceso. Si el sistema no está disponible en el momento requerido porque precisa mantenimiento, la planta completa puede pararse e incurrir en costos elevados. Cuando la planta opera a plena capacidad el costo se aproximará al valor de la producción durante el período de tiempo de la parada, más el costo propio de la reparación. Si la operación está por debajo de la plena capacidad, el costo se aproximará al tiempo de trabajo necesario para alcanzar la producción requerida.

Costo energético

Para estimar las zonas de trabajo racionales, el consumo energético de los sistemas de transporte neumático y establecer una comparación con el consumo actual se simulan las características de transporte (figuras 2.30 – 2.32), en ellas se presenta el comportamiento de los parámetros según los modelos obtenidos para toda la longitud.

Los consumos energéticos se concentran fundamentalmente en el alimentador de aire y en el alimentador sinfin. Si se consideran las pérdidas de presión en la cámara de alimentación y en el separador, la demanda de potencia se estima a partir de la siguiente expresión:

$$V = 177 \cdot M_g \cdot Ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \quad (2.73)$$

Donde:

N – V Demanda de potencia; kW.

Mg - Flujo másico de aire; kg/s.

P₁- Presión de entrada; barabs

P₂ - Presión de salida; barabs

Si se divide esta ecuación por la cantidad de material transportado se obtiene la demanda de energía específica expresada en kJ/kg de material transportado. Con estos resultados y las características de transporte de los

sistemas se estiman los parámetros racionales de transporte neumático del mineral laterítico en cualquier sistema industrial.

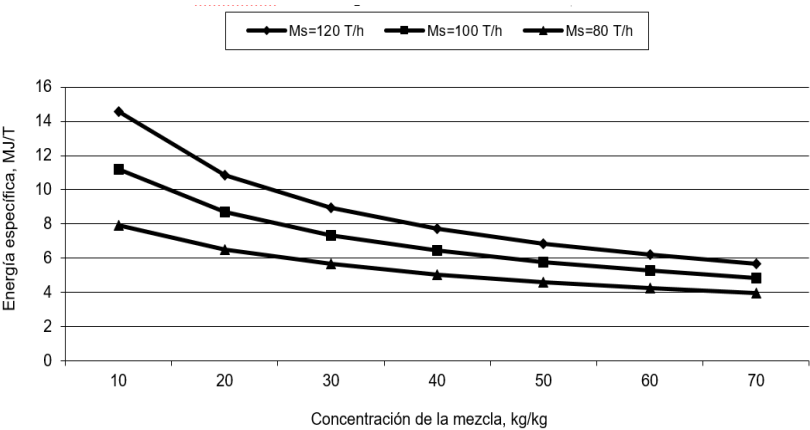


Figura 2.30. Simulación del comportamiento del consumo de energía específica en función de la concentración de la mezcla para el sistema 1.

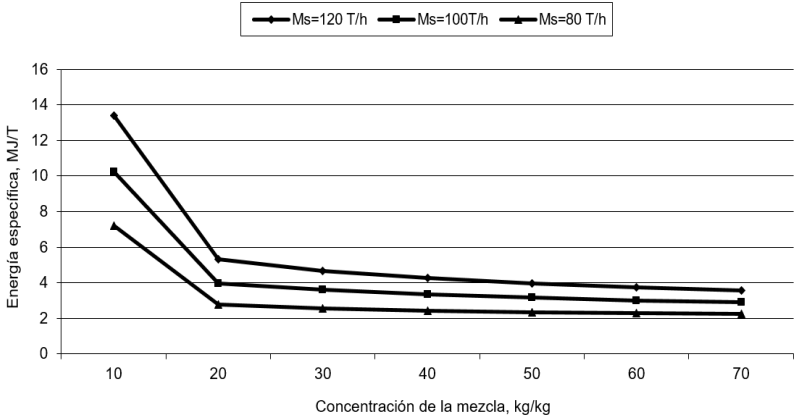


Figura 2.31. Simulación del comportamiento del consumo de energía específica en función de la concentración de la mezcla para el sistema 2.

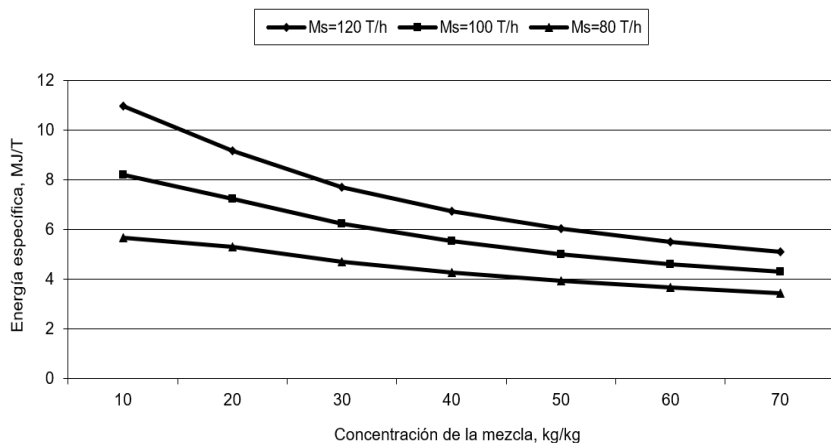


Figura 2.32. Simulación del comportamiento del consumo de energía específica en función de la concentración de la mezcla para el sistema 3.

En las figuras 2.30 – 2.32 se simula el comportamiento del consumo específico de energía en función de la concentración de la mezcla para los tres sistemas. Se observa la tendencia a la reducción del consumo con el aumento de la concentración de la mezcla y por tanto de la cantidad de material transportado. Este crecimiento de la concentración se limita por las características de transporte en dependencia de los parámetros conjuntos del alimentador de aire y el sistema. Los valores de consumo se encuentran entre 2,23 MJ/T y 14,55 MJ/T, este último para los menores valores de concentración de la mezcla bifásica gas - sólido (10 – 20 kg / kg).

2.4.11. Comparación entre los parámetros actuales y los simulados de los sistemas de transporte neumático

En la tabla 2.6 se expresan los parámetros actuales de trabajo de los sistemas de transporte neumático, estos se obtienen a través de mediciones directas en diferentes períodos de tiempo,. Se indica que para transportar 1160 T/h se utilizan como promedio 15 sistemas independientes de transporte neumático con un consumo de potencia de 5520 kW. El consumo de aire es de 72956 m³/h efectuándose el transporte a una concentración de 15,9 kg/m³ de aire.

Tabla 2.6. Parámetros actuales de trabajo de los sistemas de transporte neumático

Parámetros y dimensiones	Sistema 1	Sistema 2	Sistema 3
Velocidad de transporte	24,92 m/s	26,11 m/s	26,11 m/s
Concentración de la mezcla	12,8 kg/kg	12,8 kg/ kg	12,8 kg/kg
Diámetro interior de la tubería	250 mm	250 mm	250 mm
Presión a la entrada del sistema (abs)	3.3×10^5 Pa	3.5×10^5 Pa	3.5×10^5 Pa
Consumo de potencia para mover el aire y accionar los alimentadores sinfin.	5 520 kW		
Cantidad de material transportado	280 T/h	440 T/h	440 T/h
Consumo de aire	17 610 m ³ /h	27 673 m ³ /h	27 673 m ³ /h
Consumo específico de energía	18,82 MJ/T		

Tabla 2.7. Parámetros simulados a partir del modelo para una concentración de 30 kg /kg.

Parámetros y dimensiones	Sistema 1	Sistema 2	Sistema 3
Diámetro de la tubería; mm	250	250	250
Velocidad de transporte; m/s	14,3	14,3	14,3
Concentración de la mezcla; kg/kg	30	30	30
Consumo de aire; m ³ /h	2 526	2 526	2 526
Presión a la entrada del sistema; bar _{abs}	4,65	2,89	4
Flujo másico de sólido; T/h	94	94	94
Consumo de potencia; kW	181	87	153
Consumo de potencia para accionar los elementos móviles	0	0	0

Consumo específico de energía; MJ/T	6,94	3,33	5,83
Parámetros para los requerimientos del proceso			
Flujo másico de sólido; T/h	282	470	470
Cantidad de sistemas trabajando	3	5	5
Consumo de aire; m ³ /h	7 578	12 630	12 630
Consumo de potencia; kW	543	435	765
Consumo específico de energía; MJ/T	6,94	3,33	5,83
Presión a la entrada del sistema; bar _{abs}	4,65	2,89	4

En la tabla 2.7 se exponen los parámetros simulados a partir del modelo para una concentración de 30 kg /kg, en ella se observa que el consumo de potencia del alimentador de aire después de considerar el consumo para mantener la presión en toda la línea, el aire de control y de limpieza de filtros se ahorran 3 012 kW-h, para ello es necesario el cambio de tecnología mediante el uso de las cámaras de alimentación e incrementar la concentración de la mezcla desde 12,8 kg/kg hasta 30 kg/kg. El consumo específico de energía disminuye desde 18,82 MJ/T hasta 5,37 MJ/T para el sistema.

En la nueva propuesta simulada solo funcionan 13 sistemas para garantizar la misma cantidad de material transportado, con la posibilidad de trabajar algunos de ellos en régimen intermitente solamente en los momentos de mayor demanda del proceso. Los restantes parámetros del sistema se obtienen a partir de las características de transporte y las gráficas de consumo específico de energía.

2.5. CONCLUSIONES

- Las partículas del mineral laterítico constituyen un sistema polidiserso con predominio de tamaño inferiores a los 74 μm , densidad real de 3 027 kg/m³, densidad aparente de 1 108 kg/m³, velocidad de flotación máxima de 5,21 m/s y forma esférica con un índice de aplastamiento superior a 0.8.
- El modelo empírico - teórico en el transporte neumático del mineral laterítico está formado por cuatro ecuaciones diferenciales (2.41, 2.42, 2.52 y 2.53) que describen el comportamiento del proceso, incluyéndose además varias ecuaciones de enlace. Se identifica

mediante la aplicación de un algoritmo que permite la comparación de los resultados experimentales y los arrojados por el modelo. El módulo del error relativo promedio es inferior al 10,1%.

- Las curvas de transporte del mineral laterítico exponen la tendencia a la reducción de la caída de presión con el incremento de la velocidad del fluido en zonas inferiores a los 6,12 m/s en el transporte horizontal y 5,21 m/s en el vertical. El transporte en fase densa continua se extiende hasta los 18 m/s, aproximadamente, en ambos casos.
- La simulación de los sistemas de transporte neumático confirma la posibilidad de reducir el consumo de energía. Con un incremento de la concentración de la mezcla hasta 30 kg/kg y el cambio de tecnología en el sistema de alimentación el consumo de energía se reduce en 3012 kW – h y el de energía específica en 13,45 MJ/T. Si se considera el costo promedio de la energía de 70 dólares el MW-h el ahorro por toneladas de material transportado sería de 0,18 USD.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS DEL CAPÍTULO 2

- [1] J. Lesme, «Lesme Metodología para el cálculo de instalaciones de transporte neumático del bagazo,» de Primera conferencia Internacional de termoeenergética industrial, Santa Clara, Cuba, 1993.
- [2] J. Lesme, Modelación del movimiento de las partículas y pérdidas en codos durante el transporte neumático del bagazo. Tesis doctoral. 112p, Santiago de Cuba: Universidad de Oriente, 1996.
- [3] B. Pacheco, «Ecuaciones para el diseño de instalaciones a transporte neumático por tuberías verticales de materiales polvorientos, granulados, polimorfos y polidispersos,» Oriente, 120p, Santiago de Cuba, 1984.
- [4] M. Mesarovich, «Fundamentación de la Teoría General de los Sistemas,» Editorial MIR, vol. 1, nº 3, pp. 422-436, 1966.
- [5] E. Torres, «Cooling temperature and heat transfer coefficients in cylindrical heat exchangers,» International Journal of Mechanics, vol. 15, nº 1, pp. 254-259, 2021.
- [6] S. Neidigh, «Introduction to the theoretical and practical principles

of pneumatic conveying.,» 25 12 2021. [En línea]. Available: <http://www.porttechnology.org/journals/ed12/pdfs/pt12-235.pdf>. [Último acceso: 25 12 2021].

- [7] R. Pan, «Scale – up procedures for pneumatic conveying design.,» Powder handling processing, vol. 4, nº 2, pp. 167-172, 1992.
- [8] T. Enrique, «Energy consumption and simulation of pneumatic conveying lateritic mineral in dense and fluid phase.,» International Journal of Mechanics, vol. 11, nº 1, pp. 12-17, 2017.
- [9] P. Wypych, «Plug – Phase Pneumatic Transportation of Bulk Solids and the importance of Blow Tank Air injection.,» Powder handling processing, vol. 1, nº 3, pp. 271-275, 1989.
- [10] R. Bradley, «Advances in the Design of Pneumatic Conveying Systems.,» Bulk solids handling, vol. 11, nº 1, pp. 93-98, 1991.
- [11] S. Rinoshika, «An experimental study of energy-saving pneumatic conveying system in a horizontal pipeline with dune model.,» Powder Technology, vol. 1, nº 3, pp. 49-55, 2010.
- [12] M. Lampinen, «Calculation Methods for Determining the pressure Loss of Twophase Pipe Flow and Ejectors in Pneumatic Conveying Systems.,» Acta polytechnica scandinavica. Mechanical Engineering , vol. 1, nº 3, pp. 1-32, 1991.
- [13] M. Weber, «Friction of the Air and the Air/Solid Mixture in Pneumatic Conveyin.,» Bulk solids handling, vol. 11, nº 1, pp. 99-102, 1991.
- [14] D. e. a. Mason, «A simulation system for pneumatic conveying systems.,» Powder Technology, vol. 95, nº 1, pp. 7-14, 1998.
- [15] M. Sommerfeld, «Recent advances in the numerical simulation of pneumatic conveying through pipe systems.,» Elsevier Science, vol. 5, nº 1, pp. 201-211, 2002.

CAPÍTULO 3. MODELACIÓN FÍSICO-MATEMÁTICA DEL PROCESO DE SECADO SOLAR NATURAL DE LAS MENAS LATÉRITICAS

Ing. Yoalbys Retirado Mediaceja; Dr. C.

Universidad de Moa, Cuba

yretirado@ismm.edu.cu

3.1. INTRODUCCIÓN

La modelación del secado de materiales porosos, utilizando aire caliente, implica la inclusión de fenómenos de transporte multifásicos acompañados por cambios de fase. El parámetro fundamental del proceso es la velocidad de secado, la cual depende principalmente de la temperatura, velocidad y humedad del aire, el área interfacial por unidad de volumen, el espesor del lecho y la naturaleza intrínseca del material, que determinará si el mecanismo de transporte de la humedad en su interior es por difusión líquida, difusión de vapor, capilaridad, convección o transporte mixto [1].

Los modelos matemáticos más difundidos para el estudio de los procesos de transferencia de calor y masa consideran un equilibrio térmico local en cada punto del grano, originando modelos formados por ecuaciones diferenciales hiperbólicas [2]. En la literatura científica se encuentran diversos modelos matemáticos de la transferencia de calor y masa que ocurre en almacenes con lotes de granos y en materiales expuestos a secado solar [3]. Tales modelos se emplean, generalmente, con fines de investigación para el diseño de los procesos de secado convencional y solar [4], [5].

El secado solar natural es el proceso en el cual los materiales se exponen directamente a la radiación solar, colocándolos sobre el suelo o en dispositivos específicos. Esta tecnología se implementa mundialmente por ser de bajo costo económico y ambiental [6].

En Cuba, el referido proceso se ha implementado como alternativa para racionalizar la producción de níquel y cobalto [7]. Su puesta en práctica se ha basado en la experiencia teórico-práctica y los estudios empíricos realizados en las industrias niquelíferas. Además, se ha considerado la evaluación rigurosa de los fenómenos de transporte de calor y masa que caracterizan al secado natural, la cual incluye el análisis de los parámetros climatológicos existentes en el patio de secado y las exigencias tecnológicas

que impone el proceso productivo [8].

Las investigaciones relacionadas con el secado natural de las menas lateríticas (tierra mineral) se han enfocado hacia los criterios tecnológicos que influyen en la eficiencia y homogenización durante el secado [7], [9] y al estudio termoenergético, matemático y computacional (modelación, simulación y optimización) de la velocidad de secado y otros parámetros fundamentales del proceso [10], [11]. A este último aspecto se dedica el presente capítulo.

3.2. MARCO TEÓRICO PARA LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROCESO

El secado es uno de los procesos más empleados a nivel industrial en el mundo. Actualmente, una gran cantidad de materiales son secados por diversas razones: la preservación, la reducción de peso o volumen para el transporte, el mejoramiento de su estabilidad dimensional, o como una etapa más de su procesamiento industrial. A pesar de los criterios anteriores, todavía se desconocen muchos aspectos relacionados con las etapas y los mecanismos físicos de movimiento de la humedad implicados en el proceso. Esto se debe, en buena medida, a la complejidad de la estructura de los materiales sometidos a secado, porque a nivel microscópico son muy irregulares y complejos [12].

La importancia de los procesos de secado se puede apreciar a través de los estudios realizados por investigadores precedentes [13], quienes estimaron que el 12 % del consumo mundial de energía a nivel industrial es destinado a los procesos de secado. Por su parte, científicos cubanos determinaron, basados en el análisis de los informes económicos anuales de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto, que en el secado convencional de las menas lateríticas se emplea alrededor del 20 % de la energía consumida en estas industrias metalúrgicas [9], [14].

3.2.1. Mecanismos de movimiento de la humedad en los materiales porosos

Para explicar el traslado de la humedad en los materiales porosos, durante el proceso de secado, en la literatura científica se pueden encontrar referencias a diversos mecanismos de movimiento de la humedad [12], ellos son:

- ♦ **Difusión líquida:** debido a los gradientes de concentración de humedad.

- ♦ **Difusión de vapor:** debido a los gradientes de presión parcial del vapor.
- ♦ **Movimiento de líquido:** debido a las fuerzas capilares y a la gravedad.
- ♦ **Flujo de líquido o vapor:** debido a diferencias en la presión que existe en el interior de los poros y el agente secante.
- ♦ **Efusión:** se presenta cuando el camino libre medio de las moléculas de vapor es del orden del diámetro de los poros.
- ♦ **Difusión superficial:** debido a los gradientes de concentración de humedad y de presión parcial del vapor que se generan en la superficie de secado.

De forma general, se considera que el mecanismo de flujo capilar es el que predomina durante el periodo de secado de velocidad constante, mientras que los mecanismos de condensación- evaporación y flujo de vapor corresponden al periodo de velocidad decreciente. El estudio de estos mecanismos, aplicados al análisis del proceso de secado, ha dado lugar a diferentes teorías de secado.

3.2.2. Secado solar natural de materiales

El secado natural es uno de los usos más antiguos de la energía solar, siendo aún el proceso más utilizado en países en vías de desarrollo para el secado de productos agrícolas [15]. En el ámbito nacional, su empleo abarca a las industrias alimenticia, cafetalera, maderera y niquelífera. En esta última, se han desarrollado investigaciones con la finalidad de implementarlo de forma eficiente.

En relación con lo anterior, se conoce de la práctica internacional fundamentalmente en Brasil, Filipinas, Francia y Australia que el manejo reiterado de las menas lateríticas en los depósitos de secado solar influye positivamente en la homogenización del material y en la reducción de su contenido de humedad [7], [16], [17]. En Cuba, el secado natural de la tierra mineral se implementa almacenando el material a la intemperie para lograr un mejor aprovechamiento de la superficie horizontal disponible y para facilitar el drenaje del agua en caso de que ocurran abundantes precipitaciones (Figura 3.1). Las pilas son espaciadas para realizar la remoción del material durante el secado y posibilitar su evacuación y transportación una vez concluido el proceso.



Figura 3.1. Implementación del proceso de secado natural de las menas lateríticas en Moa [9].

3.3. MATERIALES Y MÉTODOS

La modelación del proceso se desarrolló a partir de un balance de energía en la superficie de secado de la pila de lateritas; para ello se emplearon simultáneamente las ecuaciones de la transferencia de calor y masa. Lo anterior permitió la obtención de modelos físico-matemáticos de la velocidad de secado para pilas de minerales almacenadas a la intemperie y las ecuaciones de enlace que permiten la implementación práctica de los modelos. Este método de modelación de fenómenos de transporte ha sido empleado con efectividad en investigaciones precedentes relacionadas con proceso de secado solar natural de materiales porosos [1], [3], [11].

3.3.1. Modelo físico-matemático de la velocidad de secado en pilas de menas lateríticas

En la Figura 3.2 se muestra un esquema estructural del secado natural de las menas lateríticas almacenadas en pilas a la intemperie; en la misma se reflejan los calores que influyen en el proceso. Del análisis de la referida figura se establece la ecuación 3.1. La misma relaciona el régimen de flujo calórico (el calor total) y el régimen de secado (N) durante el secado solar natural.

$$\left[\alpha_c \cdot \sigma \cdot (0,0552 \cdot T_a^{1,5})^4 + \right] \pm \frac{Nu \cdot k_a}{L} \cdot [T_s(\tau) - T_a] - k \cdot \frac{T_s(\tau) - T(\xi, \tau)}{\xi} = N \cdot \lambda \quad (3.1)$$

Donde:

α_c : absortividad del cielo, adimensional.

σ : constante de Stefan-Boltzman ($5,67 \cdot 10^{-8}$), $W/m^2 \cdot K^4$.

T_a : temperatura del aire, K.

α_s : absortividad solar de las lateritas, adimensional.

ϑ : reflectividad de las lateritas, adimensional.

$I(\varphi, \psi)$: radiación solar global que incide sobre la superficie de secado de la pila, W/m^2 .

φ : inclinación de la superficie de la pila respecto al plano horizontal, grados sexagesimales.

ψ : orientación de la superficie de la pila respecto al eje norte-sur, grados sexagesimales.

h : número de horas en que la pila recibe radiación solar ($6 \leq h \leq 18$), adimensional.

Nu : número de Nusselt, adimensional.

k_a : conductividad térmica del aire, $W/m \cdot K$.

L : longitud característica de la superficie de secado, m.

$T_s(\tau)$: temperatura en la superficie de la pila de minerales en el instante τ (para $y = l$), $^{\circ}C$.

k : conductividad térmica de las menas lateríticas, $W/m \cdot ^{\circ}C$.

$T(\xi, \tau)$: temperatura en el interior de la pila a la distancia ξ y en el instante τ , $^{\circ}C$.

ξ : espesor de la capa de material donde se produce la conducción del calor ($\xi = y - l$), m.

N : régimen de secado, $kg/m^2 \cdot s$.

λ : calor latente de vaporización del agua, J/kg.

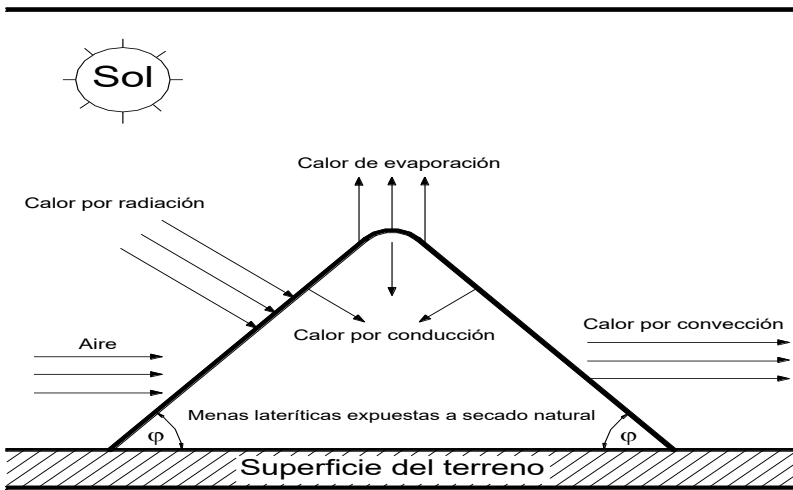


Figura 3.2. Calores que influyen en el proceso de secado solar natural de las menas lateríticas.

Las expresiones particulares para la determinación de los calores presentes en el miembro izquierdo de la expresión 3.1 se obtienen del análisis de los modos de transferencia de calor que influyen en el secado natural de las menas lateríticas.

Para calcular la radiación solar global que incide sobre la superficie de secado de la pila de menas lateríticas, inclinada y orientada en φ y ψ grados [$I(\varphi, \psi)$], se emplea la expresión 3.2 [6].

$$I(\varphi, \psi)_h = \sum_{h=6}^{18} I_H \cdot \left[(1 - C_e) \cdot R(\varphi, \psi)_h + C_e \cdot \frac{1 + \cos(\varphi)}{2} + \frac{1 - \cos(\varphi)}{2} \cdot \eta \right] \quad (3.2)$$

Siendo:

$$R(\varphi, \psi)_h = \frac{\text{sen}(\delta_s) \cdot \text{sen}(l_a - \varphi) + \cos(\delta_s) \cdot \cos(l_a - \varphi) \cdot \cos(w_h)}{\text{sen}(\delta_s) \cdot \text{sen}(l_a) + \cos(\delta_s) \cdot \cos(l_a) \cdot \cos(w_h)} \quad (3.3)$$

Donde:

I_H : radiación incidente sobre la superficie horizontal, W/m^2 .

C_e : coeficiente empírico, adimensional.

$R(\varphi, \psi)_h$: factor de conversión, adimensional.

η : albedo o reflectividad del suelo frente al plano receptor, habitualmente oscila entre 0,17 y 0,2.

δs : declinación solar, grados sexagesimales.

la : latitud, grados sexagesimales.

wh : ángulo horario, grados sexagesimales.

Debido a que el secado solar de las menas lateríticas se desarrolla a la intemperie, el material intercambia calor con el aire en condiciones naturales. En estas circunstancias la transmisión de calor se produce por convección libre, forzada y mixta. Para calcular el número de Nusselt (Nu), según el tipo de convección predominante (Nu_L , Nu_F , y Nu_M), se emplean las expresiones 3.4; 3.5 y 3.6 [18], [19], [20].

$$Nu_L = 0,56 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}} = 0,56 \cdot Ra^{\frac{1}{4}} \quad (3.4)$$

$$Nu_F = 2 + 0,025 \cdot Re^{\frac{9}{10}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot Gu^{\frac{2}{15}} \quad (3.5)$$

$$Nu_M = \left\{ \left[2 + 0,025 \cdot Re^{\frac{9}{10}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot Gu^{\frac{2}{15}} \right]^3 \pm \left[0,56 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}} \right]^3 \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (3.6)$$

Donde:

Nu_L , Nu_F , Nu_M : números de Nusselt para la convección libre, forzada y mixta, adimensionales.

Gr , Pr , Ra , Re y Gu : números de Grashof, Prandtl, Rayleigh Reynolds y Guzmán, adimensionales.

La temperatura del material en la superficie de la pila en cualquier instante τ [$T_s(\tau)$] se calcula como una función de dos parámetros fundamentales: la radiación solar global y el calor transmitido por convección, dependiendo el primero de la inclinación de la superficie, el ángulo de incidencia y la altura solar, y el segundo del coeficiente de transferencia de calor por convección y la diferencia de temperatura entre la superficie y la corriente libre, factores todos que se encuentran en la expresión 3.7.

Para resolver la referida ecuación se recomienda utilizar algún software apropiado (Derive, MATLAB, Mathcad Professional o cualquier otro).

$$\varepsilon \cdot \sigma [T_s(\tau)]^4 + h_a \cdot T_s(\tau) - \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_a^4 - h_a \cdot T_a - \left\{ \alpha_c \cdot \sigma (0,0552 \cdot T_a^{1,5})^4 + (\alpha_s - 9) \cdot I(\varphi, \psi)_h \right\} = 0 \quad (3.7)$$

Donde:

ε : emisividad del material, adimensional.

h_a : coeficiente de transferencia de calor por convección, $W/m^2 \cdot K$.

La distribución de temperatura del material en la pila de menas lateríticas expuesta a secado natural se determina por la ecuación 3.8. Este modelo tiene como elemento novedoso que es el resultado de la solución de un problema de contorno específico que incluye las condiciones iniciales y de frontera características del proceso de secado natural objeto de investigación.

$$T(y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} 2 \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} e^{\alpha \left(\frac{-n\pi}{l} \right)^2 \cdot \tau} \cdot \left[\int_0^{\tau} e^{\alpha \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \cdot \theta} \cdot \frac{dT_s(\theta)}{d\tau} d\theta + T_s(0) - T_0 \right] \cdot \left[\sin \left(\frac{n\pi}{l} y \right) + \left\{ T_0 + \frac{y}{l} [T_s(\tau) - T_0] \right\} \right] \quad (3.8)$$

Donde:

α : difusividad térmica de las menas lateríticas, m^2/s .

T_0 : temperatura inicial del material, $^{\circ}C$.

El régimen de secado (N) se determina por las ecuaciones 3.9 o 3.11, según el periodo de secado del que se trate.

$$N = N_C = -\frac{m_s}{A} \left(\frac{dH}{d\tau} \right) \quad [\text{para el primer periodo de secado}] \quad (3.9)$$

Siendo:

$$m_s = \frac{m_0 \cdot (100 - H_0)}{100} \quad (3.10)$$

$$N = N_D = \frac{N_C \cdot [H(\tau) - H_e]}{H_c - H_e} \quad [\text{para el segundo periodo de secado}] \quad (3.11)$$

Donde:

N_C : régimen de secado en el periodo de velocidad constante, $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$.

m_s : masa de la materia seca en el producto, kg .

A : área donde se lleva a cabo la evaporación (área de exposición para el proceso investigado), m^2 .

$dH/d\tau$: velocidad de secado, $\text{kg/kg} \cdot \text{s}$.

dH : variación de humedad, kg/kg .

τ : tiempo de secado, s .

m_0 : masa inicial de material sin secar, kg .

H_0 : humedad inicial del material, kg/kg .

N_D : régimen de secado en el periodo de velocidad decreciente, $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$.

$H(\tau)$: humedad del material en cada instante de tiempo τ , kg/kg .

H_e : humedad de equilibrio del material, kg/kg .

H_c : humedad del material al finalizar el régimen de velocidad de secado constante, kg/kg .

El calor latente de vaporización en el agua libre, a presión constante, depende exclusivamente de la temperatura. Su valor en función de este parámetro se determina por la ecuación 3.12 [6].

$$\lambda = \frac{R}{M_{ag}} \cdot [C_{S1} - C_{S2} \cdot (T_{ag} + 273,15)] \quad (3.12)$$

Donde:

R : constante de los gases (8314), J/kmol·K.

M_{ag} : peso molecular del agua (18,01), kg/kmol.

C_{S1} y C_{S2} : constantes experimentales [cuyos valores son 6 547,1 y 4,23], adimensionales;

T_{ag} : temperatura del agua, °C.

Al sustituir las expresiones de cálculo de N , ms y λ en la ecuación 3.1 se obtiene para el periodo de velocidad de secado constante:

$$\begin{aligned} & \left[\alpha_c \cdot \sigma \cdot (0,0552 \cdot T_a^{1,5})^4 + \right] \pm \frac{Nu \cdot k_a}{L} \cdot [T_s(\tau) - T_a] - k \cdot \frac{T_s(\tau) - T(\xi, \tau)}{\xi} = \\ & = -\frac{dH}{d\tau} \cdot \frac{1}{A} \left[\frac{m_0 \cdot (100 - H_0)}{100} \right] \cdot \frac{R}{M_{ag}} \cdot [C_{S1} - C_{S2} \cdot (T_{ag} + 273,15)] \end{aligned} \quad (3.13)$$

Después de las transformaciones correspondientes se despeja el término de interés y se obtiene la expresión 3.14, la cual solo es aplicable al periodo de velocidad de secado constante. Esta ecuación permite el cálculo de la humedad del material en la superficie de la pila en cualquier instante de tiempo τ [$H_s(\tau)$].

En el periodo de velocidad de secado decreciente se combinan las ecuaciones 3.1; 3.9; 3.10; 3.11 y 3.12, y se obtiene la expresión 3.15, la cual es análoga a la 3.14.

$$H_s(\tau) = H_0 - \frac{A \cdot \left[\alpha_c \cdot \sigma \cdot (0,0552 \cdot T_a^{1,5})^4 + \right] \pm \frac{Nu \cdot k_a}{L} \cdot [T_s(\tau) - T_a] - \left[-k \cdot \frac{T_s(\tau) - T(\xi, \tau)}{\xi} \right] \cdot \tau}{\left[\frac{m_0 \cdot (100 - H_0)}{100} \right] \cdot \frac{R}{M_{ag}} \cdot [C_{S1} - C_{S2} \cdot (T_{ag} + 273,15)]} \quad (3.14)$$

Donde:

$H_s(\tau)$: humedad del material en la superficie de secado de la pila (para $y=l$) en el instante τ , kg/kg.

$$H_s(\tau) = H_0 - \frac{A \cdot [H(\tau) - H_e] \cdot \left\{ \left[\alpha_c \cdot \sigma \cdot (0,0552 \cdot T_a^{1,5})^4 + \right] \pm \frac{Nu \cdot k_a}{L} \cdot [T_s(\tau) - T_a] - \left[-k \cdot \frac{T_s(\tau) - T(\xi, \tau)}{\xi} \right] \right\} \cdot \tau}{(H_c - H_e) \cdot \left[\frac{m_0 \cdot (100 - H_0)}{100} \right] \cdot \frac{R}{M_{ag}} \cdot [C_{s1} - C_{s2} \cdot (T_{ag} + 273,15)]} \quad (3.15)$$

Luego, mediante la ecuación 3.16, se calcula la distribución de humedad del material $[H(y, \tau)]$ en una pila de menas lateríticas expuesta a secado natural. Nótese que esta expresión depende del término $H_s(\tau)$, el cual se calcula según el periodo de secado que predomine (ecuaciones 3.14 y 3.15).

$$H(y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \tau} \left[\cos(n\pi) \left(A^* + \frac{2H_s(0)}{n\pi} \right) + B^* \right] \cdot \text{sen} \left(\frac{n\pi}{l} y \right) + H_0 + \frac{y}{l} [H_s(\tau) - H_0] \right\} \quad (3.16)$$

Siendo:

$$A^* = \frac{2 \cdot \int_0^{\tau} e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \theta} R_n(\theta) \cdot d\theta - 2 \cdot [H_1 - H_s(0)]}{n\pi} \quad (3.17)$$

$$B^* = \frac{2 \cdot [H_0 - H_s(0)] \cdot \text{sen}(n\pi)}{n^2 \pi^2} + \frac{2 \cdot \left[n\pi \int_0^l H_1(y) \text{sen} \left(\frac{n\pi}{l} y \right) dy - H_0 \cdot l \right]}{n\pi \cdot l} \quad (3.18)$$

Donde:

k_u : coeficiente de conducción de humedad, m^2/s .

Finalmente, la velocidad de secado en una pila de minerales almacenada a la intemperie se calcula mediante la expresión 3.19. Para ello se determina, mediante las ecuaciones 3.14-3.16, la humedad del material en los instantes de tiempo τ y $\tau+d\tau$ se divide entre el intervalo de tiempo transcurrido ($d\tau$).

$$-\frac{dH}{d\tau} = \frac{H(y, \tau + d\tau) - H(y, \tau)}{d\tau} \quad (3.19)$$

Donde:

$H(y, \tau + d\tau)$: humedad del material calculada en el instante de tiempo $\tau + d\tau$, kg/kg.

$H(y, \tau)$: humedad del material calculada en el instante de tiempo τ , kg/kg.

La expresión 3.19, combinada con la 3.16 y las restantes ecuaciones de enlace (3.2-3.15), permite calcular la velocidad de secado en la pila de minerales. Este modelo físico-matemático tiene como elemento novedoso que es aplicable a los dos periodos de secado y que está particularizado a las condiciones específicas en que se implementa el secado solar natural de las menas lateríticas.

3.3.2. Condiciones de simulación empleadas

Las simulaciones se realizaron con la aplicación informática “SecSolar”, creada para este propósito y se estudió el comportamiento de la distribución de humedad en una pila de mena laterítica expuesta a secado natural. Las características de la pila son las siguientes:

- Masa de material expuesta a secado natural: 700 t;
- Longitud de la superficie lateral: 140 m;
- Ancho de la base: 5,49 m;
- Inclinação de la superficie de secado de los taludes este y oeste respecto al plano horizontal: 61 grados sexagesimales;
- Forma geométrica de la sección transversal: triangular.

Las características antes expuestas se corresponden con las que tienen las pilas utilizadas en la implementación práctica del proceso de secado natural en las empresas niquelíferas cubanas [7], [9].

3.3.3. Optimización de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas

Elección del método de optimización

Se seleccionó un método cuya efectividad ha sido comprobada en investigaciones previas relacionadas con el secado solar natural de las menas lateríticas [11], el mismo básicamente consiste en:

1. Discretizar los valores de las variables. Con este procedimiento el problema queda escrito como un problema de optimización combinatoria.
2. Aplicar el método denominado Búsqueda Exhaustiva, el cual consiste en evaluar las restricciones para cada una de las combinaciones de los valores discretos de las variables. Cuando cierta combinación de valores de las variables satisface las restricciones, entonces, se considera que se obtuvo una solución factible [21].
3. Evaluar la función objetivo para todas las soluciones factibles y seleccionar las mejores soluciones (combinaciones que generen el menor o los menores valores; o que generen el mayor o los mayores valores) de acuerdo con las particularidades del proceso investigado.

La ventaja de este método es que no se presentan complicaciones relacionadas con la continuidad, aleatoriedad y derivabilidad de las funciones objetivos y las restricciones. Su desventaja está relacionada con la correcta selección de la discretización que contemple el análisis del mayor número de casos y se logre obtener una solución satisfactoria en un tiempo razonable.

Procedimiento de optimización implementado en la aplicación informática

El proceso de discretización del problema de optimización se realiza siguiendo los pasos que a continuación se relacionan:

- ♦ Se divide la pila en un número n de cortes finos $k_1, k_2, \dots, k_n$; al espesor de cada corte k_i se les denomina e_i . Cada uno de estos cortes k_i es dividido en m sectores $C_{i1}, C_{i2}, C_{ij}, \dots, C_{in}$, tal como se muestra de forma simplificada en la Figura 3.3.
- ♦ La superficie queda dividida en secciones superficiales S_{ij} determinadas por cada corte k_i y cada sector C_{ij} . A cada sección superficial S_{ij} se le puede asociar una sección plana P_{ij} determinada por los cuatro vértices de S_{ij} .
- ♦ A cada corte k_i se le asocia una función $f(X_i)$ tal que a cada valor de X se le asocia el valor de Y en la superficie de la pila.

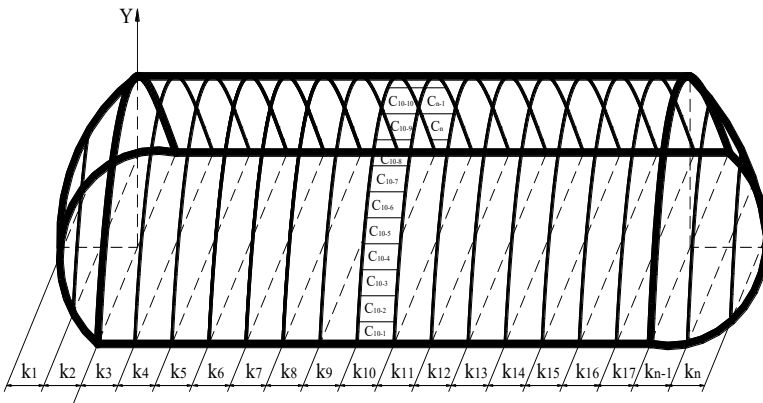


Figura 3.3. Representación de los cortes $k_1, k_2, \dots, k_n$ y los sectores $C_{10-1}, C_{10-2}, \dots, C_n$ que se forman al dividir la superficie de captación solar de la pila de menas lateríticas.

En la práctica el ancho de la base de la pila de cada corte fue dividido en m subintervalos, donde se cumple la condición: $3 \leq m \leq 100$. Por defecto se tomó $m = 50$.

Esta partición de la base de la pila generó los subintervalos $[X_j; X_{j+1}]$, siendo $j = 1, 2, \dots, m$. Al evaluar para cada valor $X_j; X_{j+1}$ y X_m se obtienen los respectivos valores de Y_j, Y_{j+1} y Y_m , siendo:

$$X_m = \frac{X_j + X_{j+1}}{2} \quad (3.20)$$

A continuación, se determinan los parámetros α_j y l_j mediante las expresiones 3.21 y 3.22, para ello se emplea la Figura 3.4.

$$\alpha_j = \arctan\left(\frac{Y_{j+1} - Y_j}{X_{j+1} - X_j}\right) \quad (3.21)$$

$$l_j = \sqrt{(X_{j+1} - X_j)^2 + (Y_{j+1} - Y_j)^2} \quad (3.22)$$

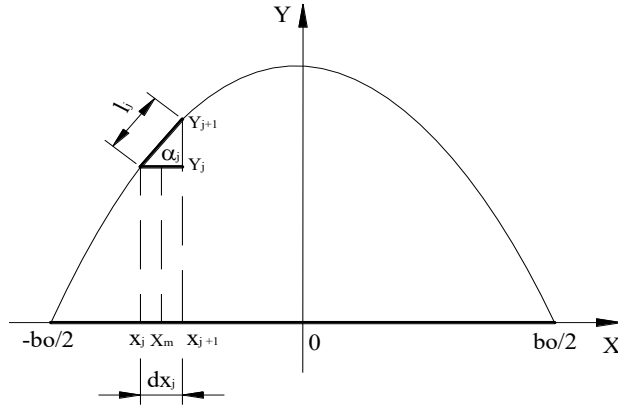


Figura 3.4. Esquema estructural para el cálculo de los parámetros α_j y l_j .

El área de cada sección superficial S_{ij} (A_{ij}) puede ser aproximada al área de la sección plana P_{ij} , la misma se calcula por la expresión 3.23.

$$A_{ij} = l_j \cdot e_i \quad (3.23)$$

Mediante las expresiones 3.24; 3.25 y 3.26 se determina la radiación solar global que recibe la pila de minerales en un período de 12 horas (I_{SG}), contadas desde las 6 hasta las 18 horas del día.

$$I_{SG} = \sum_{i=1}^n I_i \quad (3.24)$$

$$I_i = \sum_{j=1}^m I_{ij} \quad (3.25)$$

$$I_{ij} = \sum_{h^*=6}^{18} I_{ijh^*} \quad (3.26)$$

Donde:

I_{SG} : radiación solar global que recibe la superficie de la pila de menas lateríticas, J/día.

n : número de cortes en que se divide la superficie de la pila, adimensional.

I_i : radiación global que recibe el corte k_i , J/día.

m : número de sectores en que se divide cada uno de los cortes de la superficie, adimensional.

I_{ij} : radiación global que recibe una sección plana P_{ij} determinada por el corte i y el sector j , J/día.

h^* : número de horas en que las secciones reciben radiación solar ($6 \leq h \leq 18$), adimensional.

El parámetro I_{ijh^*} se calcula por la ecuación 3.2. El valor calculado es una aproximación razonable de la radiación que recibe la sección S_{ij} .

La aplicación del método de optimización denominado Búsqueda Exhaustiva se realiza según los pasos que a continuación se exponen:

- Se toman los valores mínimos prefijados para los ángulos maximal y tangencial de la pila de menas lateríticas [$\varphi m = \varphi m(Minimo)$ y $\varphi t = \varphi t(Minimo)$]. Es obvio que la combinación de los valores de estos dos ángulos determina cierta configuración geométrica de las secciones P_{ij} .
- Se determina el valor de la radiación solar global I_{SG} para los ángulos φm y φt prefijados.
- Se inicia un doble lazo algorítmico donde se van incrementando los valores de φm y φt hasta que los mismos alcanzan ciertos valores máximos prefijados [$\varphi m = \varphi m(Máximo)$ y $\varphi t = \varphi t(Máximo)$]. Para cada combinación de los ángulos φm y φt se calcula I_{SG} .
- Entre todos los valores calculados de I_{SG} se selecciona el valor máximo [$I_{SG}(Máximo)$]. La pareja de ángulos maximal y tangencial (φm y φt) que lo generó determina la mejor forma geométrica de la sección

transversal de la pila de menas lateríticas.

3.4. RESULTADOS

3.4.1. Implementación de los modelos matemáticos en una aplicación informática

Los modelos matemáticos, las ecuaciones de enlace, y los procedimientos de cálculo establecidos fueron implementados en una aplicación informática denominada “SecSolar” (Figura 3.5), la cual fue diseñada y creada por un grupo multidisciplinario de investigadores del Centro de Estudio de Energía y Tecnología Avanzada de Moa y del Departamento de Ingeniería Mecánica del Instituto Superior Minero Metalúrgico.

La mencionada aplicación informática permite validar los modelos establecidos y calcular los parámetros fundamentales del proceso de secado natural de las menas lateríticas, en las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto. La misma consta de cinco ventanas, ellas son: áreas y volúmenes de pilas; diseño de pilas según radiación solar recibida; cálculo del calor total; dinámica del calor y dinámica del secado.

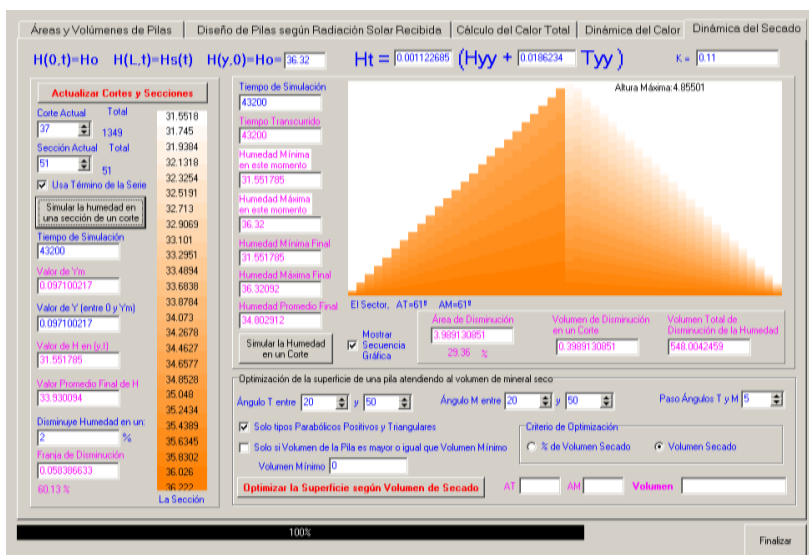


Figura 3.5. Ventana creada para calcular y simular la distribución de humedad que experimenta la pila de minerales durante la implementación del proceso de secado natural.

3.4.2. Validación de los modelos matemáticos con pilas de dimensiones industriales

La validación de los modelos tiene gran importancia porque permite conocer con qué precisión los mismos se corresponden con la realidad física del proceso investigado. Dicha validación puede realizarse comparando los resultados obtenidos con el uso del modelo con los datos disponibles sobre el objeto de estudio, comparándolos con los datos reportados por otros modelos ya validados o valorando las conclusiones que se obtienen al usar el modelo en cuestión [23].

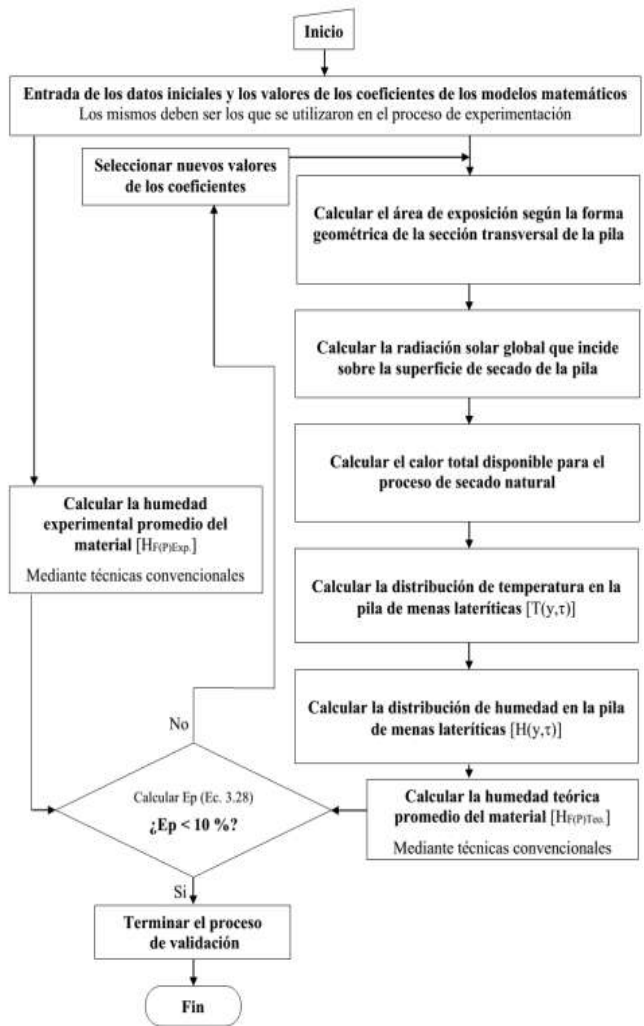


Figura 3.6. Diagrama general para la validación de los modelos establecidos en la investigación.

En este trabajo, la validación de los modelos se realiza comparando los resultados experimentales obtenidos para la humedad del material [$H_{F(P)Exp.}$], con los teóricos calculados con los modelos para las mismas condiciones del experimento [$H_{F(P)Teo.}$]. Luego, se calculan los errores relativos puntuales y promedios entre los resultados experimentales y los teóricos, teniendo como criterio de aceptación que el error relativo promedio sea inferior al 10 %. Para el cálculo de los errores se emplean las expresiones 3.27 y 3.28 [22]. El diagrama general empleado en la validación de los modelos se expone en la Figura 3.6.

$$E = \left| \frac{[H_{F(P)Exp.}] - [H_{F(P)Teo.}]}{H_{F(P)Exp.}} \right| \cdot 100 \quad (3.27)$$

$$E_P = \sum_{i=1}^{Nd} \left| \frac{[H_{F(P)Exp.}] - [H_{F(P)Teo.}]}{H_{F(P)Exp.}} \right| \cdot \frac{100}{Nd} \quad (3.28)$$

Donde:

E : error relativo puntual entre los valores experimentales y los teóricos de la humedad, %.

$H_{F(P)Exp.}$: valor promedio de la humedad del material determinado de forma experimental, %.

$H_{F(P)Teo.}$: valor promedio de la humedad del material determinado de forma teórica, %.

E_P : error relativo promedio entre los valores experimentales y los teóricos de la humedad, %.

Nd : número de determinaciones; adimensional.

En la Tabla 3.1 se relacionan los valores de la humedad de las menas lateríticas obtenidos experimentalmente en las pruebas de secado natural y los valores teóricos calculados con los modelos para las mismas

condiciones del experimento, los resultados experimentales [$H_0(P)_{Exp.}$ y $H_F(P)_{Exp.}$] son los promedios para las tres muestras analizadas. En la referida tabla se observa que los errores relativos puntuales siempre fueron inferiores al 15 %, siendo el 73,81 % de ellos inferiores al 10 %. El error relativo promedio, en las tres pilas, se encuentra por debajo del 8 % y el error relativo promedio considerando todas las determinaciones es igual a 6,57 %. Estos valores indican que existe una correspondencia satisfactoria entre los resultados de la humedad obtenidos experimentalmente durante el secado solar natural y los valores teóricos calculados con los modelos establecidos. Los errores relativos puntuales calculados para cada uno de los niveles de humedad relacionados en la Tabla 3.1 obedecen a la distribución que se muestra en la Tabla 3.2.

Tabla 3.1. Resultados experimentales y teóricos obtenidos para la humedad en las pilas 1, 2 y 3.

Características de la primera pila de menas lateríticas									
Masa = 500 t; L_{SL} = 140 m; b_o = 3,2 m; φ_m = 61°; Geometría de la sección transversal: triangular									
Días (No.)	$H_0(P)_{Exp.}$ (%)	$H_F(P)_{Exp.}$ (%)	$H_F(P)_{Teo.}$ (%)	E (%)	Días (No.)	$H_0(P)_{Exp.}$ (%)	$H_F(P)_{Exp.}$ (%)	$H_F(P)_{Teo.}$ (%)	E (%)
1	34,05	27,81	29,61	6,48	8	38,04	31,06	34,06	9,66
2	32,07	29,46	27,40	6,99	9	31,42	26,21	26,66	1,72
3	31,48	27,02	26,74	1,04	10	36,93	30,62	32,82	7,18
4	34,81	30,29	30,46	0,56	11	31,36	25,15	26,60	5,77
5	31,72	27,90	27,00	3,23	12	27,73	22,61	22,55	0,27
6	35,13	30,81	30,81	0,00	13	25,63	19,61	20,20	3,01
7	32,45	30,68	27,82	9,32	14	35,31	29,51	31,02	5,12
Error relativo promedio entre los valores experimentales y teóricos de la humedad → E_p = 4,31 %									
Características de la segunda pila de menas lateríticas									
Masa = 500 t; L_{SL} = 140 m; b_o = 3,2 m; φ_m = 61°; Geometría de la sección transversal: triangular									
Días (No.)	$H_0(P)_{Exp.}$ (%)	$H_F(P)_{Exp.}$ (%)	$H_F(P)_{Teo.}$ (%)	E (%)	Días (No.)	$H_0(P)_{Exp.}$ (%)	$H_F(P)_{Exp.}$ (%)	$H_F(P)_{Teo.}$ (%)	E (%)
1	31,88	30,66	27,18	11,35	8	30,62	27,72	25,77	7,03
2	29,99	29,05	25,06	13,73	9	28,09	24,24	22,94	5,36
3	35,30	27,43	31,01	13,05	10	37,39	31,54	33,34	5,71
4	29,63	27,61	24,66	10,68	11	27,83	24,74	22,65	8,45
5	31,16	26,40	26,37	0,11	12	36,73	33,01	32,60	1,24
6	31,11	30,39	26,32	13,39	13	23,89	18,21	18,29	0,44
7	31,73	25,04	27,01	7,870	14	33,61	26,77	29,11	8,74
Error relativo promedio entre los valores experimentales y teóricos de la humedad → E_p = 7,65 %									
Valores de los factores del diseño de experimento para las pilas 1 y 2									
X_o = +0,8 m; X_E = -0,8 m; Z_1 = 35 m; Z_2 = 70 m; Z_3 = 105 m; Y_s = 1,443 m; τ_o = 0 h y τ_F = 12 h									
Características de la tercera pila de menas lateríticas									
Masa = 700 t; L_{SL} = 140 m; b_o = 5,49 m; φ_m = 61°; Geometría de la sección transversal: triangular									

Días (No.)	H _{0(P)} Exp. (%)	H _{F(P)Exp.} (%)	H _{F(P)Teo.} (%)	E (%)	Días (No.)	H _{0(P)} Exp. (%)	H _{F(P)Exp.} (%)	H _{F(P)Teo.} (%)	E (%)
1	36,32	30,61	33,88	10,68	8	33,05	27,50	30,36	10,40
2	36,61	33,89	34,19	0,89	9	33,96	27,42	31,34	14,30
3	35,50	32,11	33,01	2,80	10	34,94	30,85	32,40	5,02
4	42,77	36,56	40,77	11,52	11	32,22	27,75	29,47	6,20
5	39,80	34,68	37,61	8,45	12	22,74	18,38	19,18	4,35
6	34,23	30,54	31,63	3,57	13	29,02	22,67	26,01	14,73
7	36,99	33,93	34,60	1,97	14	25,07	19,13	21,71	13,49
Error relativo promedio entre los valores experimentales y teóricos de la humedad → E_p = 7,74 %									
Valores de los factores del diseño de experimento para la pila 3									
X ₀ = +1,3725 m; X _E = -1,3725 m; Z ₁ = 35 m; Z ₂ = 70 m; Z ₃ = 105 m; Y _s = 2,476 m; τ ₀ = 0 h y τ _F = 12 h									

Tabla 3.2. Distribución de los errores relativos puntuales expuestos en la tabla anterior.

	Intervalo de oscilación	PRE (%)		Intervalo de oscilación	PRE (%)		Intervalo de oscilación	PRE (%)
Pila 1 →	(0 ≤ E ≤ 5)	50	Pila 2 →	(0 ≤ E ≤ 5)	21,43	Pila 3 →	(0 ≤ E ≤ 5)	35,71
	(5 < E ≤ 10)	50		(5 < E ≤ 10)	42,86		(5 < E ≤ 10)	21,43
	(10 < E ≤ 15)	0		(10 < E ≤ 15)	35,71		(10 < E ≤ 15)	42,86
Distribución de los errores relativos puntuales para las tres pilas juntas								
(0 ≤ E ≤ 5) → PRE = 35,71 %			(5 < E ≤ 10) → PRE = 38,10 %			(10 < E ≤ 15) → PRE = 26,19 %		

Simbología empleada en las Tablas 3.1 y 3.2

X₀ y X_E: distancia en el eje “X” medida desde el origen hacia los taludes oeste y este, m.

Z₁, Z₂, y Z₃: distancia en el eje “Z” medida desde el origen de la superficie lateral de la pila, m.

Y_s: altura en el eje “Y” de la superficie de secado de la pila, m.

τ₀ y τ_F: tiempo inicial y final medido a las seis y las 18 horas del día, h.

H_{0(P)} Exp.: valor promedio de la humedad inicial del material determinado de forma experimental, %.

PRE: porcentaje que representan los errores que se encuentran en el intervalo considerado, %.

Teniendo en cuenta el ajuste global del 93,43 % alcanzado con los modelos establecidos para el cálculo de la humedad del material, la distribución de los errores relativos puntuales calculados y sus pequeños valores promedios (Tablas 3.1 y 3.2), así como, los criterios expuestos

en las literaturas que abordan la modelación matemática [1], [22], donde se especifica que para cálculos de ingeniería (excepto en los procesos y las instalaciones que por su principio de funcionamiento requieren alta precisión en los cálculos) una aproximación del 90 % es satisfactoria, debido a que los resultados siempre están influenciados por los errores inherentes al proceso de experimentación, se puede aseverar entonces que los modelos matemáticos establecidos en el presente trabajo tienen una exactitud adecuada y, por tanto, son válidos para los fines para los cuales fueron creados.

3.4.3. Aplicación práctica de los modelos matemáticos establecidos

La aplicación práctica fundamental de los modelos establecidos en el presente trabajo, es que permiten calcular los valores y pronosticar los comportamientos de los parámetros fundamentales del secado natural de las menas lateríticas, lo cual es beneficioso para racionalizar la implementación del proceso, por cuanto se puede estimar en qué magnitud se reducirá el contenido de humedad de una cantidad determinada de menas lateríticas, sin tener que someterla al proceso de experimentación y, por consiguiente, se infiere si es factible el secado natural previo del material bajo las condiciones prefijadas para las simulaciones computacionales. Estas posibilidades que brindan los modelos pueden contribuir al ahorro de combustible y, por tanto, a la obtención de utilidades económicas para las empresas niquelíferas cubanas que implementan el proceso.

Para desarrollar este epígrafe se analiza un caso de estudio, el cual consiste en calcular los parámetros fundamentales del proceso de secado natural para una pila de menas lateríticas de dimensiones industriales (ver sus características en la Tabla 3.1). En las secciones siguientes se exponen los resultados obtenidos y los correspondientes comentarios.

3.4.3.1. Cálculo del área de exposición y el volumen de la pila

En las Tablas 3.3 y 3.4 se relacionan los valores obtenidos para el área de exposición (A) y el volumen de la pila (V) en correspondencia con la variación de los ángulos maximal y tangencial, como se aprecia, los modelos establecidos permiten determinar los mencionados parámetros para las pilas de minerales con geometría de su sección transversal triangular, parabólica, hiperbólica y semi-elíptica.

Sobre el cálculo del área y el volumen resulta interesante destacar que al utilizar los modelos propuestos en la presente investigación solo se

requiere conocer las dimensiones (largo y ancho) de la superficie horizontal disponible para el secado natural, datos que siempre están disponibles y los ángulos maximal y tangencial (φ_m y φ_t) de la pila de minerales.

Los valores de φ_m y φ_t , cuando se trata de los ángulos de reposo, se determinan en función de la granulometría y la humedad del material, usando las ecuaciones empíricas 3.29 y 3.30 [23]. Estas ecuaciones permiten obtener buenas predicciones de φ_m y φ_t porque para un nivel de confianza del 95 % sus coeficientes de correlación son iguales a 0,973 y 0,965, respectivamente.

$$\varphi_m = 30,58 - 0,4592 \cdot G_p - 0,00496 \cdot G_p \cdot H_p + 0,00651 \cdot G_p^2 + 0,01109 \cdot H_p^2 \quad (3.29)$$

$$\varphi_t = 33,25 - 0,505 \cdot G_p - 0,0025 \cdot G_p \cdot H_p + 0,0062 \cdot G_p^2 + 0,008 \cdot H_p^2 \quad (3.30)$$

Para utilizar las ecuaciones 3 y 4 debe verificarse que:

$$5\text{ mm} \leq G_p \leq 78\text{ mm} \quad \text{y} \quad 26\% \leq H_p \leq 42\%$$

Donde:

φ_m : ángulo maximal de la pila, grados sexagesimales.

φ_t : ángulo tangencial de la pila, grados sexagesimales.

G_p : granulometría promedio de las menas lateríticas, mm.

H_p : humedad promedio de las menas lateríticas, %.

Tabla 3.3. Valores probables del área de exposición para las combinaciones de φ_t y φ_m .

$\varphi_m \rightarrow$ $\varphi_t \downarrow$	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°
	Área de exposición de la pila, A (m ²) ↓										
15°	789,0	813,4	849,8	893,7	940,6	988,5	1 036,4	1 084,1	1 131,5	1 179,1	1 227,1
20°	791,1	811,0	842,9	887,8	942,4	1 003,2	1 068,1	1 136,1	1 206,8	1 280,5	1 357,5
25°	794,9	813,6	840,9	881,6	937,0	1 004,4	1 081,5	1 166,5	1 259,1	1 359,2	1 467,6
30°	799,4	818,4	843,9	880,0	931,7	1 000,2	1 084,1	1 181,9	1 293,3	1 418,6	1 559,1
35°	804,5	824,5	849,8	883,5	930,4	995,7	1 081,5	1 187,4	1 313,6	1 461,4	1 633,6
40°	810,0	831,4	857,5	890,6	934,4	994,9	1 078,1	1 187,2	1 323,6	1 490,5	1 692,3
45°	816,2	839,3	866,7	900,3	942,9	999,6	1 077,8	1 185,2	1 327,0	1 508,2	1 736,6
50°	823,0	848,1	877,3	912,1	955,0	1 009,8	1 083,4	1 185,7	1 327,2	1 517,2	1 767,5
55°	830,6	858,2	889,5	926,2	970,2	1 025,0	1 095,9	1 192,4	1 328,7	1 520,9	1 786,6
60°	839,3	869,6	903,6	942,7	988,7	1 044,7	1 115,2	1 208,1	1 337,2	1 524,3	1 796,7
65°	849,5	883,0	920,2	962,3	1011,1	1 069,4	1 141,2	1 233,4	1 357,5	1 535,2	1 803,4

Tabla 3.4. Valores probables del volumen para las combinaciones de φ_t y φ_m .

$\varphi_m \rightarrow$ $\varphi_t \downarrow$	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°
	Volumen de la pila, V (m³) ↓										
15°	277,4	319,2	351,7	378,0	400,1	419,2	436,0	451,3	465,3	478,5	491,0
20°	319,9	376,8	422,9	461,5	494,8	524,3	550,9	575,4	598,4	620,4	641,6
25°	353,0	423,6	482,7	533,7	578,8	619,4	656,9	692,1	725,6	758,1	790,1
30°	380,0	463,0	534,5	597,7	654,7	707,3	756,5	803,5	849,0	893,8	938,6
35°	402,7	497,0	580,4	655,6	724,9	789,8	851,7	911,7	970,7	1 029,7	1 089,6
40°	422,3	527,2	621,9	709,1	790,8	868,6	944,1	1 018,3	1 092,5	1 167,8	1 245,4
45°	439,7	554,6	660,3	759,4	853,8	945,2	1 035,2	1 125,1	1 216,3	1 310,3	1 408,8
50°	455,5	579,9	696,4	807,4	915,0	1 020,8	1 126,5	1 233,7	1 344,2	1 459,9	1 583,1
55°	470,0	603,6	730,9	854,2	975,4	1 096,5	1 219,3	1 345,9	1 478,4	1 619,5	1 772,5
60°	483,7	626,3	764,4	900,3	1 035,9	1 173,5	1 315,3	1 463,7	1 621,7	1 793,0	1 982,4
65°	496,8	648,4	797,5	946,5	1 097,5	1 253,1	1 416,1	1 589,5	1 777,5	1 985,3	2 220,0

Los comportamientos mostrados por los valores expuestos en las Tablas 3.3 y 3.4 indican que el área de exposición y el volumen de las pilas aumentan en la medida en que se incrementan los ángulos φ_m y φ_t . Sin embargo, aunque las tendencias al crecimiento de los valores en ambos casos son similares, se observa que la diferencia entre los valores extremos (máximo y mínimo) es más acentuada en el caso del volumen. Por tanto, al variar los ángulos maximal y tangencial se pueden obtener incrementos en el volumen de las pilas que son superiores al incremento que se obtiene para el área de exposición.

Por otra parte, aunque es importante valorar las tendencias al crecimiento que reflejan el área de exposición y el volumen de la pila, durante la implementación práctica del proceso de secado natural se debe considerar que no necesariamente se obtienen eficiencias racionales en las pilas de mayor área y volumen, sino en aquellas en que los procesos de transferencia de calor y masa se intensifican como resultado de una mayor captación de la radiación solar y que, a la vez, su volumen sea suficientemente grande para satisfacer la productividad requerida por las empresas productoras de níquel. Estos criterios deben ser considerados en la optimización de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas de menas lateríticas expuestas a secado solar natural.

3.4.3.2. Cálculo de la radiación global que llega a la superficie de secado de la pila

Los valores obtenidos para la radiación global que incide sobre la superficie de secado de la pila $[I(\varphi, \psi)]$ fueron calculados empleando la

ecuación 3.2, la cual fue establecida para las condiciones específicas del proceso investigado.

Al graficar los resultados en la Figura 3.7 se observa que la radiación solar medida sobre la superficie horizontal, en general difiere de un 3 a un 5 % de la radiación global que incide sobre los taludes este y oeste de la pila, lo anterior se debe a que la superficie de secado de la pila está inclinada en 61 grados. De lo aquí expuesto se deduce la importancia que tiene, en el diseño de la tecnología de secado natural, la evaluación rigurosa de la radiación solar disponible e incidente.

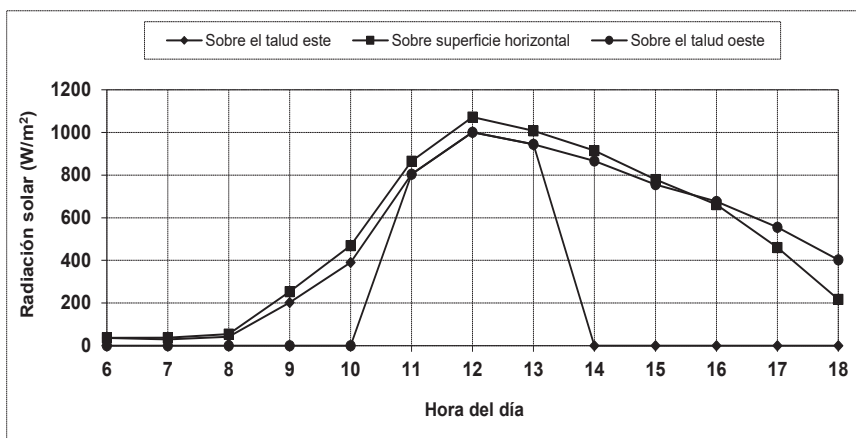


Figura 3.7. Comportamiento de la radiación solar que llega a la superficie de secado de la pila.

En la Figura 3.7 se observa además que en la sección de la tarde (a partir de las 12 horas) la radiación es más intensa y en consecuencia el secado del talud oeste de la pila será más rápido que en el este, por tanto el proceso de remoción del material debe realizarse en el sentido este-oeste, lo anterior es congruente con el procedimiento de remoción propuesto para la industria cubana del níquel [7], el cual tiene como objetivo desarrollar un método que posibilite aprovechar al máximo las energías solar y eólica en el proceso de secado natural para obtener una elevada productividad del secado por unidad de superficie, mediante la remoción periódica de las pilas, y la regulación y control de sus taludes y parámetros, en tal forma que se pueda adecuar a las variaciones climáticas y las irregularidades de los regímenes de precipitación presentes en la región donde se implementa

el proceso investigado.

3.4.3.3. Cálculo del calor total que llega a la superficie de secado de la pila

Debido a que el proceso estudiado se desarrolla a la intemperie, la superficie de secado de la pila intercambia calor con los alrededores por convección y radiación. El calor total que se aprovecha en el secado lo constituye la suma o la diferencia de estos dos flujos de calor.

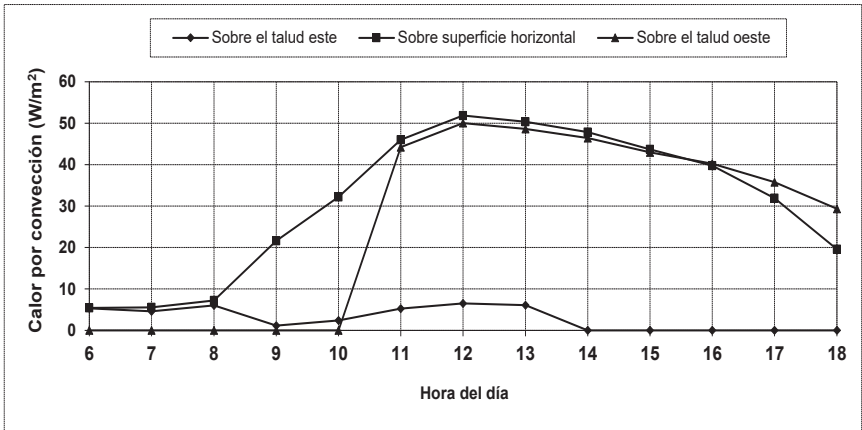


Figura 3.8. Comportamiento del flujo de calor por convección durante el secado natural.

Al valorar los comportamientos (Figuras 3.8 y 3.9) se infiere que estos están determinados por el régimen de radiación solar existente, lo anterior explica el hecho de que las tendencias globales de las curvas representadas en las Figuras 3.7 y 3.9 sean similares. Además, se aprecia claramente que el flujo de calor predominante y por tanto más influyente en el proceso de secado natural es el de radiación. Sin embargo, si se comparan los valores obtenidos para la radiación solar (Figura 3.7) y para el flujo de calor por radiación (Figura 3.9), se observa una reducción del segundo respecto al primero, lo anterior es consecuencia de la influencia que tienen la absorptividad solar y la reflectividad de las menas lateríticas, la inclinación de la superficie de secado de la pila y las condiciones climatológicas predominantes en la región durante la implementación del proceso de secado natural.

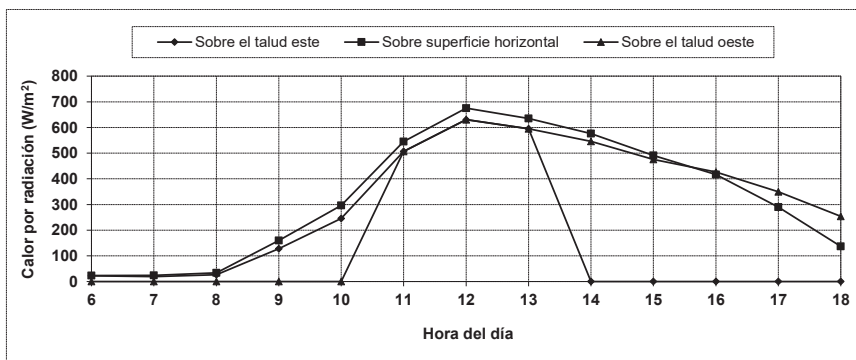


Figura 3.9. Comportamiento del flujo de calor por radiación durante el secado natural.

3.4.3.4. Cálculo y simulación de la distribución de temperatura del material en la pila

Durante el proceso de las menas lateríticas la superficie de secado recibe la radiación solar, una parte del calor recibido se emplea en evaporar la humedad no estructural del producto y otra parte en variar la energía interna del material mientras aumenta su temperatura. La distribución de temperatura que experimentan las menas lateríticas durante el secado natural se calcula mediante la ecuación 3.8 y los resultados obtenidos se ilustran en las Figuras 3.10 y 3.11.

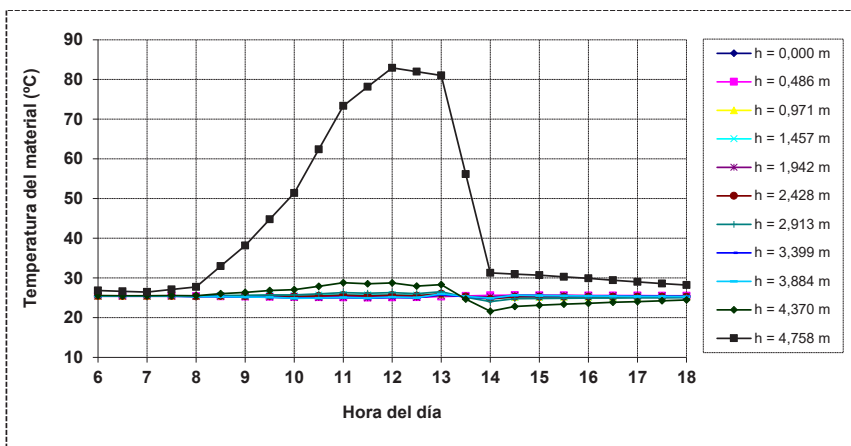


Figura 3.10. Comportamiento de la distribución de temperatura de las menas lateríticas en el talud este de la pila, desde la base hasta la superficie de secado.

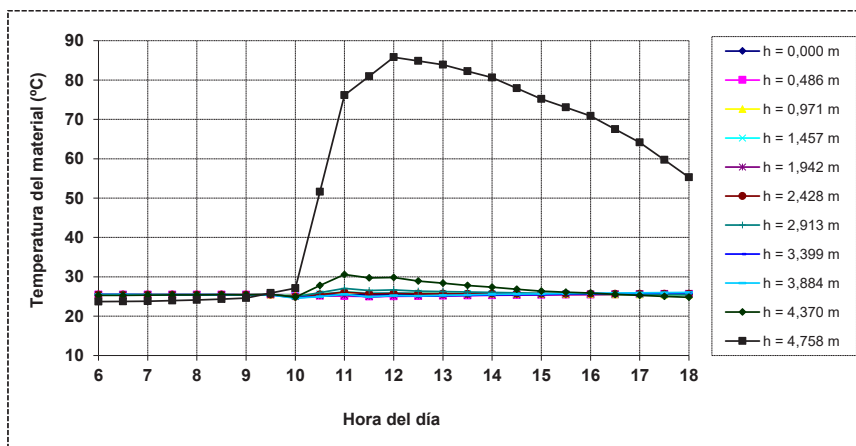


Figura 3.11. Comportamiento de la distribución de temperatura de las menas lateríticas en el talud oeste de la pila, desde la base hasta la superficie de secado.

Al analizar los comportamientos anteriores se observa que la superficie de secado de la pila de minerales (donde la altura $h = 4,7$ m) incrementa su temperatura después de las ocho y 10 horas, respectivamente (posterior a las dos y cuatro horas de secado) y los mayores valores en el talud este de la pila se obtienen en el horario comprendido entre las 10 y las 13:30 horas, donde oscilan entre los 51,4 y 82,9 °C. En el caso del talud oeste de la pila los mayores valores de temperatura se alcanzan entre las 11 y las 16 horas, en este horario la temperatura del material oscila entre los 70,9 y 85,8 °C. Sin embargo, en ambos taludes para las restantes alturas consideradas este parámetro tiene un comportamiento aproximadamente constante e igual al valor inicial (25,5 °C), excepto para la altura $h = 4,3$ m donde se alcanzan valores cercanos a los 29 y 31 °C entre las 11 y las 13 horas.

De los comportamientos mostrados en las Figuras 3.10 y 3.11 se infiere que las menas lateríticas investigadas se caracterizan por ser un material mal conductor del calor, por cuanto los cambios que se producen en la temperatura superficial de la pila de minerales no inciden significativamente en la capa de material que se encuentra ubicada a una distancia de 0,388 m (38,8 cm).

Con el objetivo de determinar el espesor de material al cual se produce un cambio significativo en la temperatura de las menas lateríticas en el interior de la pila se graficaron los valores de temperatura para las alturas más cercanas a la superficie de secado de la pila (Figuras 3.12 y 3.13). Como se aprecia para la altura $h = 4,6$ m, a partir de las 10 horas, se produce un incremento considerable en la temperatura del material respecto a su valor inicial, sin embargo, para la altura siguiente ($h = 4,5$ m) los valores no cambian significativamente, por tanto, se puede concluir que para las condiciones de secado natural analizadas la conducción del calor en ambos taludes de la pila se produce en una capa de material de aproximadamente 0,097 m (9,7 cm) de espesor.

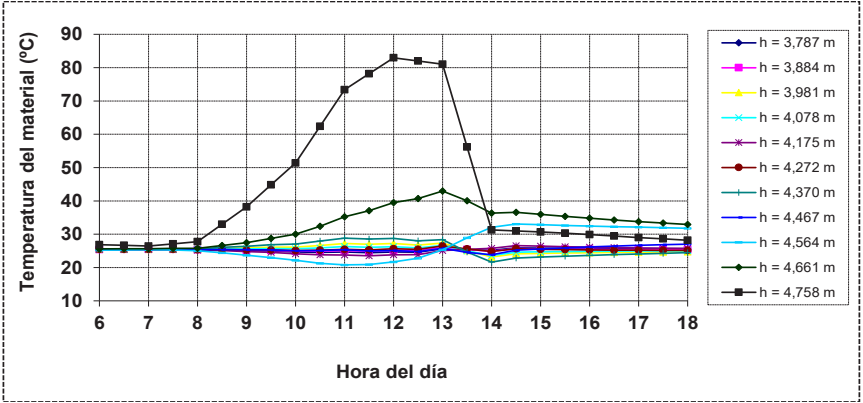


Figura 3.12. Comportamiento de la temperatura en función del espesor de secado (talud este).

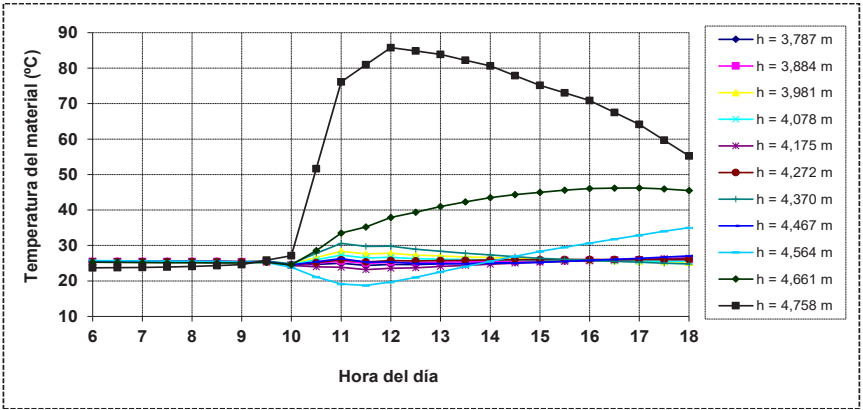


Figura 3.13. Comportamiento de la temperatura en función del espesor de secado (talud este).

3.4.3.5. Cálculo y simulación de la distribución de humedad del material en la pila

Los valores de la humedad del material se obtienen con la ecuación 3.16. En general, se observan pequeñas reducciones en el contenido de humedad de las menas lateríticas que no exceden el 2 y 4,5 % (1,6 y 4,3 %) en los taludes este y oeste de la pila, respectivamente (Figuras 3.14 y 3.15). Estos resultados se corresponden con la cantidad de energía solar y eólica disponible para el proceso de secado natural y con las características del movimiento de la fuente de energía utilizada: el sol.

En la Figura 3.14 se observa que en el talud este de la pila se obtienen reducciones en el contenido de humedad del material a partir de las nueve y hasta las 13:30 horas. Sin embargo, en el horario restante la humedad de las menas lateríticas permanece prácticamente constante. En la mañana (desde las seis hasta las nueve horas) se debe a los bajos niveles de radiación solar existentes en ese horario y en la tarde (de 13:30 a 18) el comportamiento puede ser atribuido al efecto de la sombra que se genera producto de la inclinación de la superficie de la pila y del movimiento diario del sol.

En el talud oeste de la pila (Figura 3.15) para las capas de mineral ubicadas entre 0 y 2,4 m de altura se obtienen reducciones de la humedad inferiores al 2,5 %, mientras que en las capas más cercanas a la superficie de la pila (desde $h = 3,8$ m hasta $h = 4,7$ m) los niveles de reducción de la humedad oscilan entre 3,2 y 4,2 %. Sin embargo, como promedio en los taludes este y oeste la humedad se redujo en 0,4 y 0,7 %; y en la pila completa la reducción fue de 0,6 %.

Este último valor sugiere que para reducir la humedad entre 5 y 6 % en la pila completa, la misma se debe someter al proceso de secado natural por un tiempo de alrededor de 10 días si las condiciones meteorológicas se mantienen similares a las utilizadas en la simulación. De lo contrario puede que se requiera más o menos tiempo, según sea el caso, para lograr los mismos niveles reducción de humedad en el material. Resultados similares a los expuestos en este epígrafe han sido obtenidos en la implementación práctica del proceso objeto de estudio y en las pruebas experimentales

de secado natural que constan en las investigaciones consultadas [7], [9], [11].

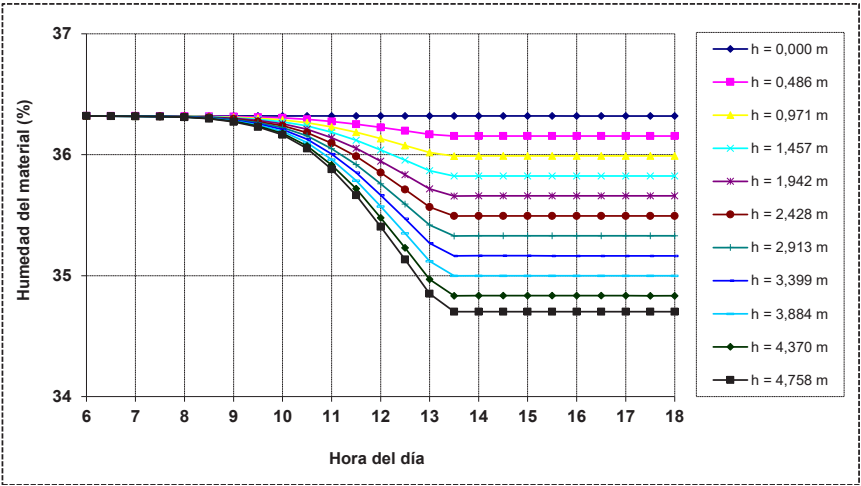


Figura 3.14. Comportamiento de la distribución de humedad de las menas lateríticas en el talud este de la pila, desde la base hasta la superficie de secado.

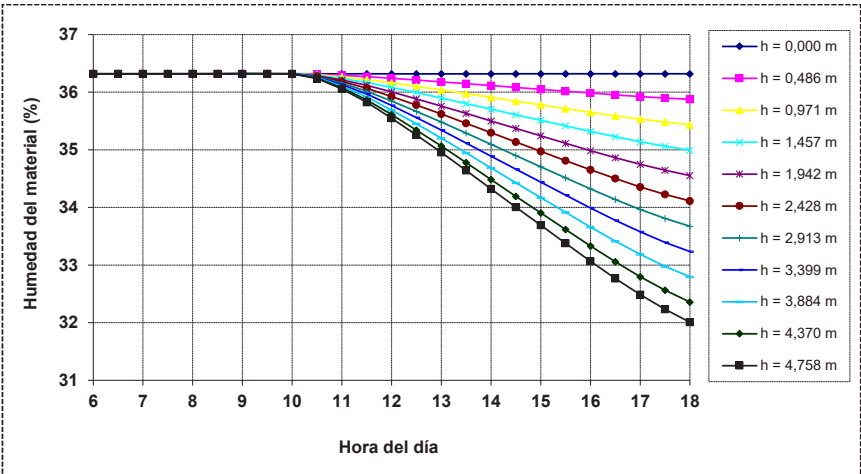


Figura 3.15. Comportamiento de la distribución de humedad de las menas lateríticas en el talud oeste de la pila, desde la base hasta la superficie de secado.

En las Figuras 3.16 y 3.17 se graficaron los valores de humedad obtenidos para las mismas condiciones de secado en la que se obtuvo la distribución

de temperatura que se muestra en las Figuras 3.12 y 3.13. Al analizar detalladamente las Figuras 3.12; 3.13; 3.16 y 3.17 y su interrelación se aprecia que en el caso de la temperatura los cambios significativos se producen en la capa de material que está a 9,7 cm de la superficie de la pila (Figuras 3.12 y 3.13), pero en el caso de la humedad sucede diferente y se obtienen reducciones en la misma, que resultan significativas para el proceso (mayor de 1,5 y 3,5 %, según el talud del que se trate), hasta las capas que se encuentran a una distancia de 29,1 y 87,4 cm en los taludes este y oeste, respectivamente (Figura 3.16 y 3.17).

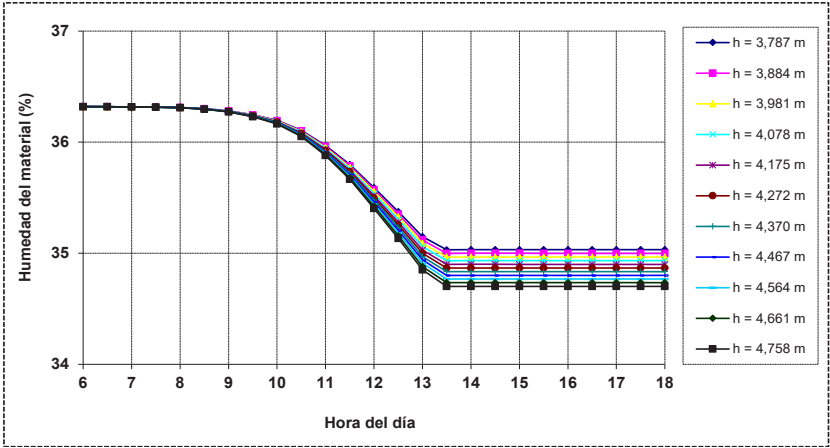


Figura 3.16. Comportamiento de la humedad en el talud este en función del espesor de secado.

Los resultados anteriores confirman que durante el secado natural de las lateritas el transporte de la humedad se produce por los efectos combinados de los gradientes de temperatura y de humedad. En el caso del primero actúa, fundamentalmente, en las capas cercanas a la superficie de secado de la pila como resultado del calentamiento que experimenta el material en esa zona y el segundo, actúa en las capas interiores como consecuencia de la diferencia de concentración de humedad existente entre las diferentes zonas de la pila. Estos comportamientos sugieren que durante el proceso investigado el mecanismo de movimiento de la humedad es mixto e incluye los efectos combinados de *la difusión de vapor* debido a los gradientes de presión parcial del vapor, *la difusión líquida* debido a los gradientes de concentración de humedad y *el movimiento de líquido* debido a las fuerzas capilares y gravitatorias.

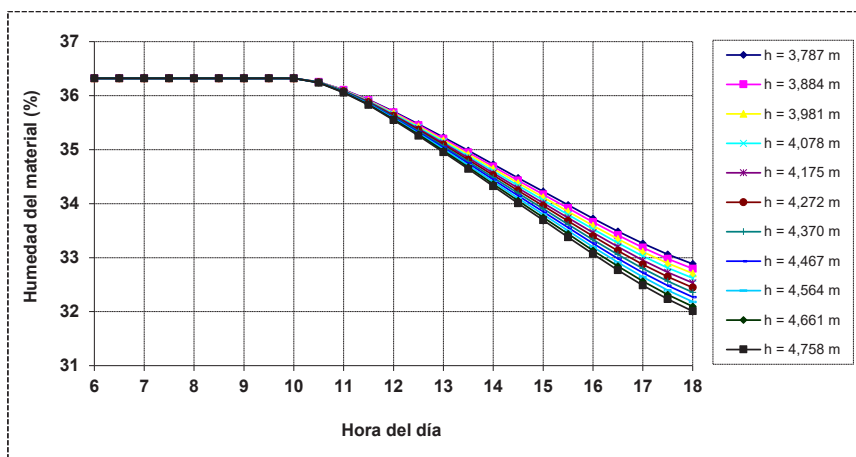


Figura 3.17. Comportamiento de la humedad en el talud oeste en función del espesor de secado.

3.4.3.6. Cálculo y simulación de la velocidad de secado en la pila

La velocidad de secado durante el proceso investigado tiene un comportamiento oscilatorio que se corresponde con las oscilaciones de la radiación solar y la temperatura del material en la superficie de la pila. Se caracteriza, además, por tener pequeños valores, los cuales son consecuencia de la baja densidad de energía con que se implementa el secado natural.

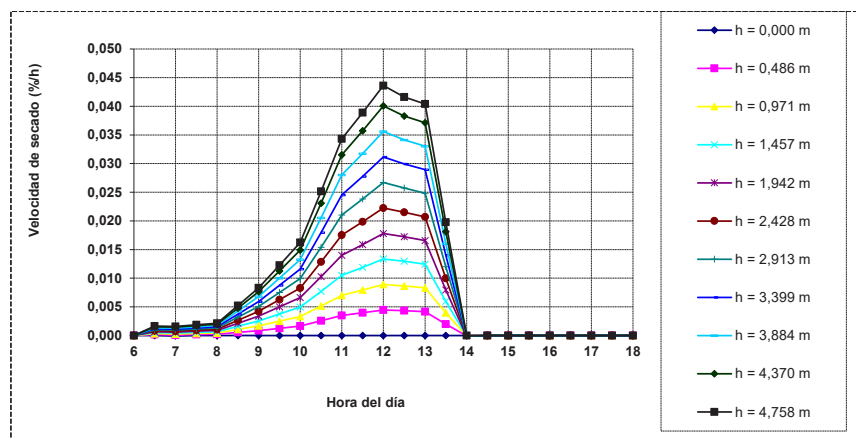


Figura 3.18. Comportamiento de la velocidad de secado en el talud este de la pila.

En la Figura 3.18 se observa que la velocidad de secado en el talud este de la pila, entre las 6:30 y las 8 horas, es prácticamente insignificante debido a la poca radiación solar existente, pero se intensifica entre las 10 y las 13:30 horas como resultado del incremento de la radiación. Posterior a las 14 horas la velocidad de secado es nula porque en el talud analizado deja de incidir la radiación solar debido a la inclinación de la superficie y a la posición del sol.

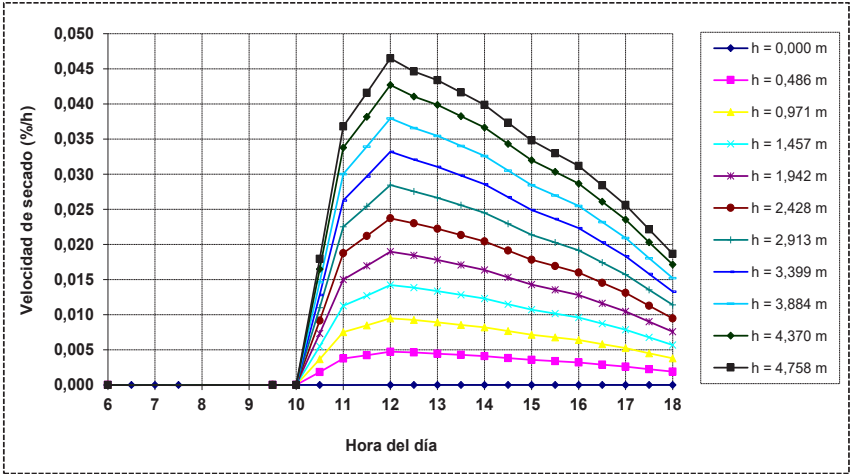


Figura 3.19. Comportamiento de la velocidad de secado en el talud oeste de la pila.

En el caso del talud oeste de la pila (Figura 3.19) se puede inferir que hasta las 10 horas dicho talud se encuentra a la sombra, sin embargo, a partir de la hora mencionada comienza a incidir la radiación solar y por consiguiente se incrementa abruptamente la velocidad de secado alcanzando sus valores máximos entre las 11 y las 15 horas, pero a diferencia del talud este (Figura 3.18), aquí entre las 14 y las 18 horas la velocidad de secado tiene valores apreciables para el proceso investigado. Lo anterior está condicionado por los regímenes de radiación solar que inciden en la superficie de secado de la pila en la sección de la tarde.

De los comportamientos mostrados en las Figuras 3.18 y 3.19 se infiere que la implementación práctica del proceso pudiera realizarse con pilas asimétricas cuyo talud oeste sea mucho mayor que el talud este, de esta manera se lograría reducir la inclinación del talud oeste y se haría corresponder la mayor superficie de captación solar de la pila con el

horario en que mayor radiación solar incide.

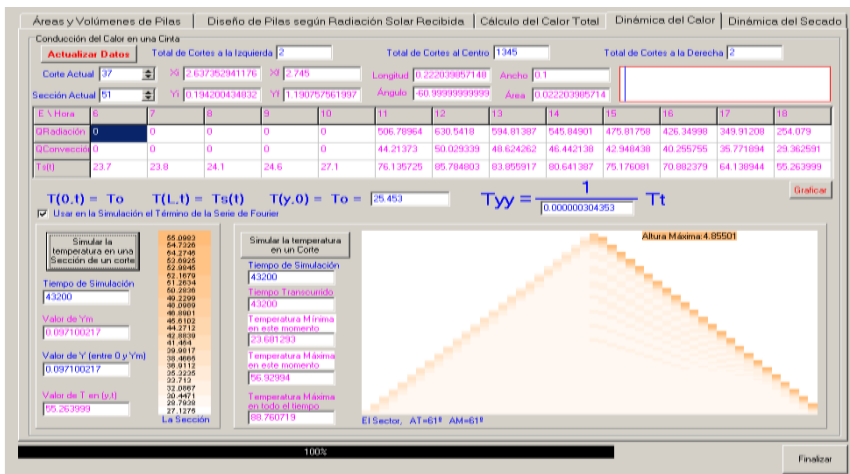


Figura 3.20. Simulación computacional de la distribución de temperatura del material.

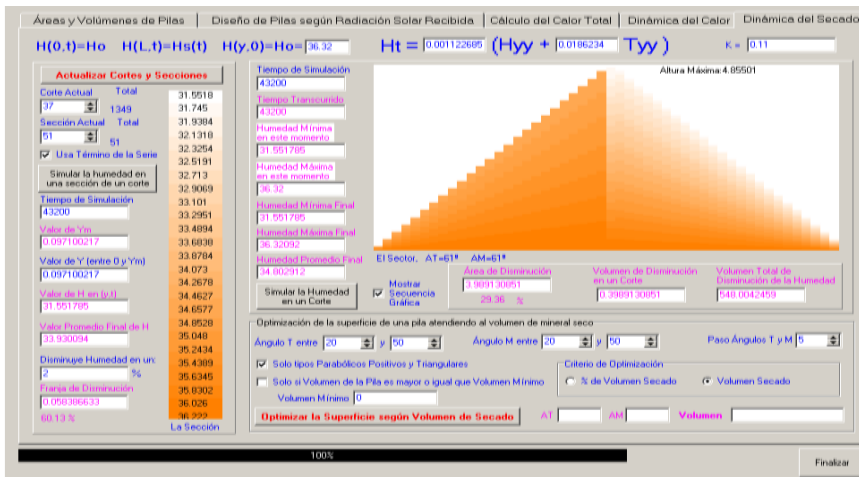


Figura 3.21. Simulación computacional de la distribución de humedad del material.

Finalmente es importante destacar que los resultados mostrados para la distribución de temperatura y humedad del material; y la velocidad de secado se corresponden con los obtenidos en las simulaciones computacionales desarrolladas para la pila del caso de estudio analizado. Nótese en las

Figuras 3.10; 3.11; 3.14; 3.15; 3.18 y 3.19 que la temperatura del material, la reducción de la humedad y velocidad de secado son mayores en las capas superficiales por estar en contacto directo con la radiación solar, de igual manera se refleja en las simulaciones mostradas en las Figuras 3.20 y 3.21 donde se aprecia, mediante el cambio en la intensidad del color, que en las capas superiores el material está más caliente y tiene menos contenido de humedad que en el interior de la pila. También es obvia la diferencia entre los resultados obtenidos en los dos taludes de la pila.

3.4.4. Resultados obtenidos en la optimización del caso de estudio considerado

3.4.4.1. Según la densidad de radiación recibida en la superficie de la pila

Los resultados obtenidos para la densidad de radiación solar recibida (DR) reflejan un comportamiento oscilatorio con tendencia decreciente cuando se analizan los valores correspondientes a los diferentes ángulos calculados (Tabla 3.5). Sin embargo, cuando se fija el valor del ángulo tangencial (AT) y se varía el ángulo maximal (AM) ocurre un decrecimiento para todas las combinaciones analizadas, observándose que para un mismo ángulo tangencial se obtiene mayor densidad de radiación en las pilas de sección transversal parabólica (combinación donde $AT > AM$). Los valores extremos (máximo y mínimo) de densidad de radiación se obtienen en las combinaciones 25°-20° y 70°-70°, respectivamente, lo que es lógico debido a la marcada incidencia que tiene el ángulo de inclinación de la superficie (φ) en la función objetivo que se empleó para el cálculo (ver ecuaciones 3.24-3.26 y 3.2).

Tabla 3.5. Valores calculados para los dos criterios de optimización considerados.

AT (grados)	AM (grados)	DR (J/m ² · día)	RT (J/día)	AT (grados)	AM (grados)	DR (J/m ² · día)	RT (J/día)
20	20	598 576,32	485 471 621,20	55	45	388 937,80	426 255 493,01
25	20	598 652,95	487 041 100,78	55	50	339 659,23	405 016 333,08
25	25	581 058,74	488 623 627,13	55	55	291 975,00	387 957 817,31
30	20	595 181,70	487 094 118,27	60	20	530 678,19	461 494 555,97
30	25	578 915,22	488 526 352,48	60	25	506 376,20	457 575 363,55
30	30	555 509,63	488 867 411,66	60	30	481 680,37	454 064 884,32
35	20	583 352,14	480 949 373,91	60	35	453 584,75	448 459 162,56
35	25	563 517,12	478 867 615,74	60	40	421 460,48	440 283 757,61
35	30	533 696,57	471 497 409,03	60	45	383 106,34	427 245 978,64

35	35	493 282,09	458 945 337,11	60	50	339 583,10	410 266 344,19
40	20	573 993,01	477 240 543,17	60	55	290 830,83	388 887 045,05
40	25	554 553,65	475 547 430,38	60	60	245 158,33	373 685 977,38
40	30	529 494,90	471 554 672,25	65	20	515 428,64	455 131 137,25
40	35	493 579,48	461 188 023,62	65	25	491 863,43	452 608 799,79
40	40	455 950,71	453 621 953,78	65	30	464 671,14	447 145 363,33
45	20	563 910,32	473 292 955,83	65	35	435 457,94	440 298 192,71
45	25	545 815,24	473 070 846,91	65	40	404 227,22	432 269 922,01
45	30	522 536,87	470 425 542,53	65	45	370 479,17	422 794 496,19
45	35	491 829,58	463 747 893,19	65	50	326 923,11	403 220 622,87
45	40	453 850,63	453 654 425,70	65	55	280 218,19	380 410 096,28
45	45	413 449,54	445 623 031,30	65	60	228 064,76	350 119 456,06
50	20	552 010,17	468 186 338,71	65	65	175 518,25	316 522 196,81
50	25	531 493,59	466 295 602,49	70	20	502 317,26	451 584 030,56
50	30	506 258,14	461 769 795,55	70	25	476 568,97	448 005 532,36
50	35	476 482,24	455 030 215,78	70	30	448 926,91	442 646 982,16
50	40	437 415,06	441 722 338,84	70	35	420 604,40	436 832 794,26
50	45	390 774,34	423 357 465,14	70	40	389 778,36	428 884 245,42
50	50	337 347,07	399 981 191,25	70	45	356 663,40	419 104 496,58
55	20	540 268,91	463 635 939,98	70	50	318 520,24	404 166 805,50
55	25	519 226,23	461 862 359,39	70	55	277 598,79	386 427 789,33
55	30	494 601,41	458 075 224,73	70	60	229 776,98	359 152 870,50
55	35	465 385,35	451 512 586,57	70	65	178 402,08	324 388 643,63
55	40	430 655,70	441 411 116,91	70	70	134 783,89	300 342 246,96

Este análisis puntual de las soluciones que generan los valores máximo y mínimo, si bien es cierto que puede conducir, desde el punto de vista teórico, a la optimización de la forma geométrica de la sección transversal de la pila de menas lateríticas, basada en el enfoque clásico (Figura 3.22), en la práctica es poco factible porque durante los procesos de apilado y remoción del material es extremadamente difícil mantener un valor fijo de la inclinación de la superficie, por tanto, para el proceso investigado se debe considerar la posibilidad que brinda el enfoque flexible de la optimización, de encontrar un conjunto de soluciones que satisfagan las restricciones de la función objetivo y que en la implementación práctica del proceso pueda materializarse sin grandes dificultades.

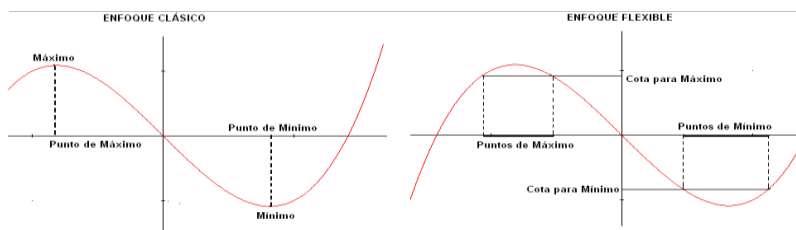


Figura 3.22. Enfoques de optimización empleados en las investigaciones tecnológicas.

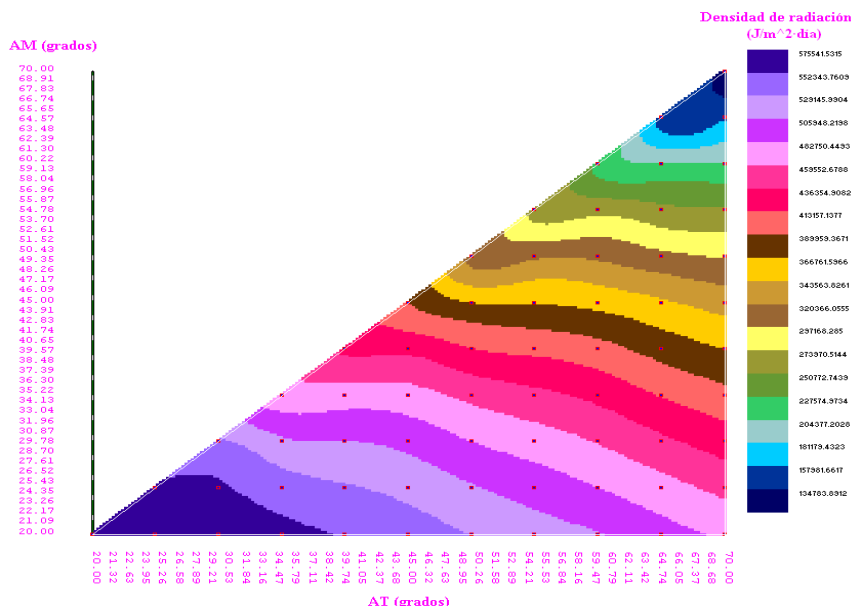


Figura 3.23. Comportamiento de la densidad de radiación recibida en la superficie de la pila.

Los resultados expuestos en la Tabla 3.5 se graficaron con el propósito de encontrar la región de soluciones satisfactorias (Figura 3.23), como se aprecia en la figura anteriormente mencionada, se pueden obtener valores de densidad de radiación suficientemente grandes para oscilaciones de los ángulos maximal y tangencial entre 20° - $29,78^{\circ}$ y 20° - $48,95^{\circ}$, respectivamente. Esto permite que la implementación del proceso investigado sea más ajustada a la realidad física en que se desarrolla. Para ello, fue imprescindible la aplicación del enfoque flexible de optimización, recomendado en la literatura [22].

3.4.4.2. Según la radiación total y el calor total recibidos en la superficie

Al considerar como función objetivo la radiación total (RT) los resultados obtenidos muestran un comportamiento similar al caso de estudio anteriormente analizado. En la Tabla 3.5 se observa que el valor máximo de radiación total se obtiene en la combinación 30°-30° de los ángulos maximal y tangencial lo que es indicativo de que se puede exponer al secado natural una pila de mayor volumen respecto a la obtenida en la optimización realizada en el epígrafe anterior. Por su parte, el valor mínimo igualmente se obtiene en la combinación 70°-70°.

En la Figura 3.24 se aprecia la existencia de una región donde se obtienen valores satisfactorios de radiación total sobre la superficie de la pila cuando los ángulos maximal y tangencial oscilan entre 20°-31,96° y 20°-45,66°, respectivamente. De lo anterior se infiere que, en los dos casos de estudio analizados, las mejores soluciones de optimización se obtienen para combinaciones de ángulos inferiores a 50°-50°. Por tanto, una recomendación práctica para la implementación del proceso es que se deben construir las pilas alargadas, pero de poca altura para propiciar que el espesor de secado sea pequeño y que la captación de energía solar sea grande.

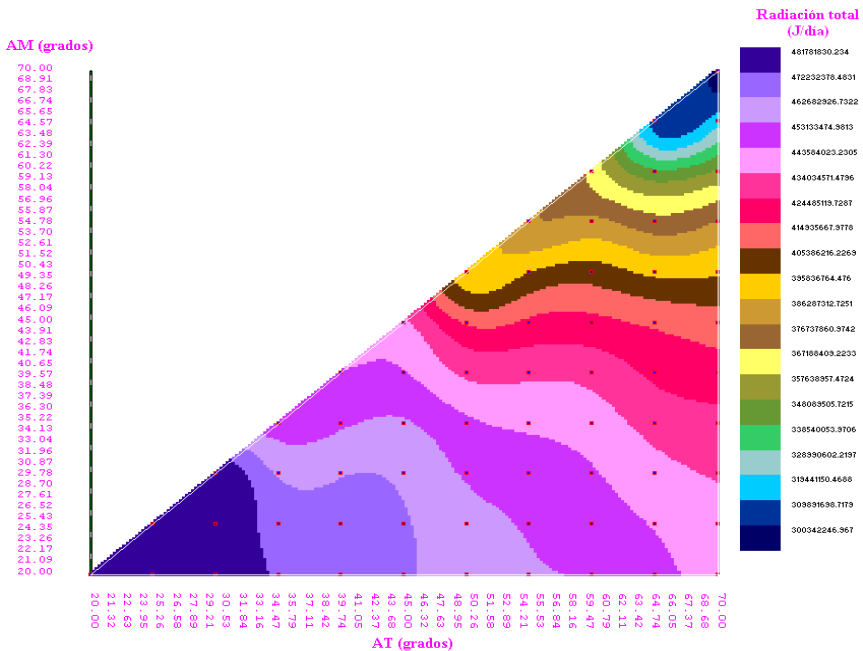


Figura 3.24. Comportamiento de la radiación total recibida en la superficie de la pila.

Al valorar los resultados obtenidos para el flujo de calor total (CT) recibido en la superficie se obtiene un comportamiento similar al caso de la radiación total recibida, coincidiendo que los valores máximo y mínimo se obtienen en las combinaciones 30°-30° y 70°-70° (Tabla 3.6).

Tabla 3.6. Valores calculados para los tres criterios de optimización considerados.

AT (grados)	AM (grados)	CT (J/día)	PVS (%)	VMS (m³)	AT (grados)	AM (grados)	CT (J/día)	PMS (%)	VMS (m³)
20	20	332 582 624,68	84,68	318,92	55	45	293 804 952,35	54,80	667,86
25	20	333 661 144,90	83,86	355,09	55	50	279 759 699,19	48,78	656,30
25	25	334 814 479,91	81,82	394,76	55	55	268 495 387,79	45,77	676,29
30	20	334 105 021,86	81,97	379,36	60	20	324 263 650,35	76,13	476,42
30	25	334 748 857,67	80,01	427,45	60	25	319 676 438,83	70,75	540,50
30	30	335 112 042,89	77,51	463,03	60	30	315 569 335,46	66,10	594,72
35	20	331 376 873,69	80,15	398,21	60	35	310 393 571,91	61,66	638,38
35	25	328 448 738,55	77,51	449,68	60	40	303 850 568,90	56,88	667,18
35	30	323 655 438,95	74,22	486,41	60	45	294 460 304,45	52,52	690,45
35	35	315 500 325,13	72,15	522,72	60	50	283 245 203,64	47,21	690,69
40	20	330 069 790,95	79,74	420,19	60	55	269 119 160,29	41,51	672,90
40	25	327 103 801,28	76,02	472,58	60	60	259 126 964,39	39,76	712,57
40	30	323 715 395,64	72,20	511,73	65	20	321 155 448,81	75,07	486,26
40	35	316 976 370,11	69,36	548,29	65	25	317 706 228,41	69,69	555,39
40	40	312 096 639,64	66,47	577,11	65	30	312 408 914,86	64,80	612,94
45	20	328 595 041,57	78,29	433,98	65	35	306 226 753,94	59,40	651,58
45	25	326 387 319,21	74,09	488,97	65	40	299 497 657,35	54,89	687,52
45	30	323 232 441,45	70,68	536,49	65	45	292 196 060,05	50,48	714,50
45	35	318 639 359,58	67,57	576,63	65	50	278 404 880,04	44,61	708,79
45	40	312 114 664,68	63,53	600,25	65	55	263 262 500,06	39,11	694,97
45	45	306 917 583,91	62,63	648,01	65	60	243 091 230,83	33,58	666,31
50	20	326 505 284,39	77,52	449,20	65	65	220 608 568,41	29,39	652,05
50	25	323 146 356,47	73,32	510,32	70	20	320 044 251,81	74,42	498,16
50	30	318 353 169,93	68,96	556,56	70	25	316 069 425,51	69,13	573,71
50	35	312 940 857,76	65,42	598,34	70	30	310 873 365,16	63,52	630,53
50	40	304 024 882,97	60,99	622,32	70	35	305 491 503,70	58,45	678,29
50	45	291 906 426,71	56,79	639,50	70	40	298 733 005,66	53,37	712,97
50	50	276 361 462,78	50,69	625,09	70	45	290 993 609,18	48,70	741,68
55	20	324 667 532,04	76,76	462,99	70	50	279 757 226,85	43,34	747,84
55	25	321 224 561,52	72,06	526,36	70	55	267 197 598,25	38,26	745,83
55	30	316 977 220,31	67,53	576,50	70	60	249 078 382,34	32,88	724,05
55	35	311 285 407,30	63,20	616,14	70	65	225 912 807,72	27,92	696,44
55	40	303 790 003,35	58,79	644,38	70	70	209 922 058,23	27,51	782,03

Simbología empleada en las Tablas 3.5 y 3.6

AT y AM: ángulo tangencial y ángulo maximal, grados sexagesimales.

DR: densidad de radiación, J/m2 · día.

RT y CT: radiación total y calor total, J/día.

PMS y VMS: porcentaje de mineral secado y volumen de mineral secado, % y m³.

Observación: se emplean AT y AM en lugar de φ_t y φ_m para facilitar la realización de los gráficos.

Sin embargo, la región de soluciones factibles se obtiene cuando los ángulos maximal y tangencial oscilan entre 20°-31,96° y 20°-59,47°, respectivamente (Figura 3.25). La similitud entre los dos casos analizados se debe a la marcada incidencia que tiene la radiación total en el flujo de calor total recibido por la superficie. En este punto se debe recordar que el calor total es la suma o la diferencia entre el calor por radiación y el calor por convección, y que el segundo es poco influyente para las condiciones del secado natural analizadas (ver Figuras 3.8 y 3.9).

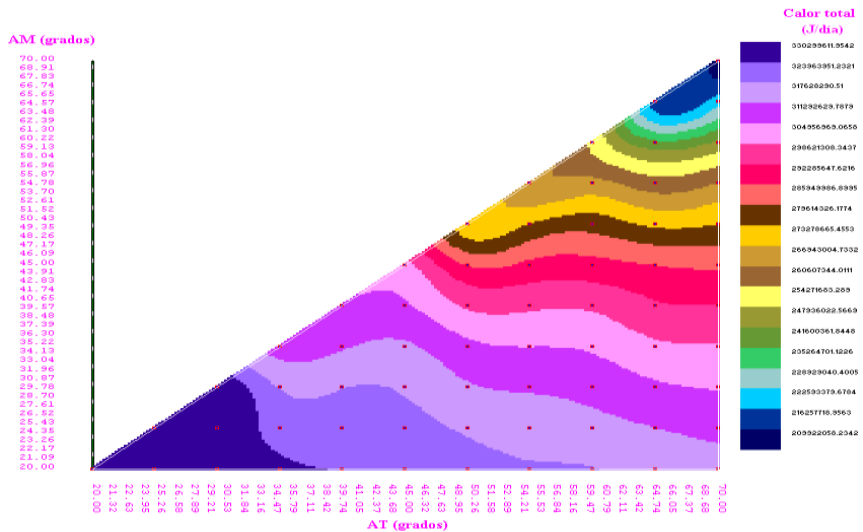


Figura 3.25. Comportamiento del calor total recibido en la superficie de la pila.

3.4.4.3. Según el porcentaje y el volumen de mineral secado

Los comportamientos obtenidos para el porcentaje de mineral secado

(PMS) y el volumen de mineral secado son opuestos pero lógicos, en el primer caso se obtienen los valores máximo y mínimo en las combinaciones 20°-20° y 70°-70° de los ángulos maximal y tangencial y para el segundo caso se invierten las combinaciones encontrándose el valor máximo en 70°-70° y el mínimo en 20°-20° (ver Tabla 2 del Anexo 16). Considerando el enfoque flexible de optimización la región de soluciones factibles para el caso del porcentaje de mineral secado se obtiene cuando los ángulos oscilan en las combinaciones 20°-27,61° y 20°-42,37°, respectivamente (Figura 3.26).

Por su parte, los mayores volúmenes de mineral secado (VMS) se obtienen para oscilaciones 43,91°-70° y 67°-70° de los ángulos maximal y tangencial (Figura 3.27). De lo expuesto anteriormente, se infiere que para optimizar la forma geométrica de la sección transversal de las pilas con la finalidad de implementar el proceso en la práctica productiva se debe tener en cuenta el compromiso que existe entre obtener mayor cantidad de material seco o mayor reducción en la humedad del material.

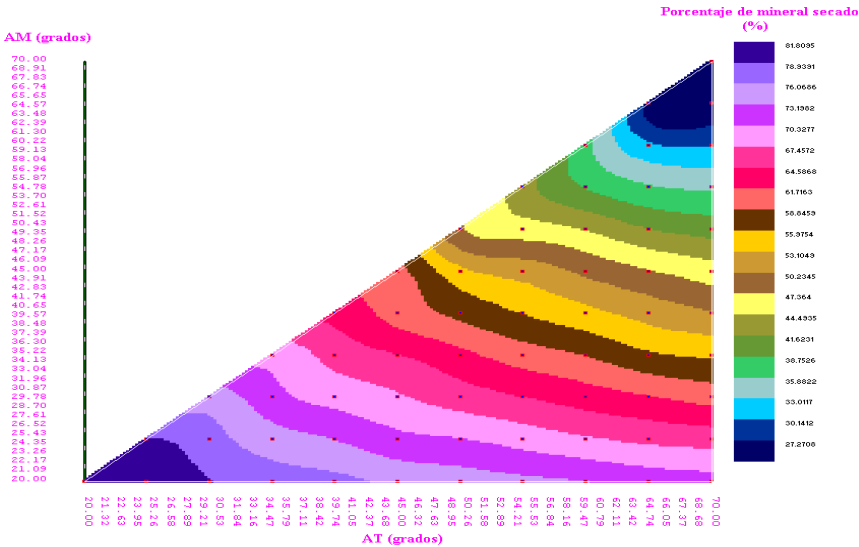


Figura 3.26. Comportamiento del porcentaje de mineral secado en la pila.

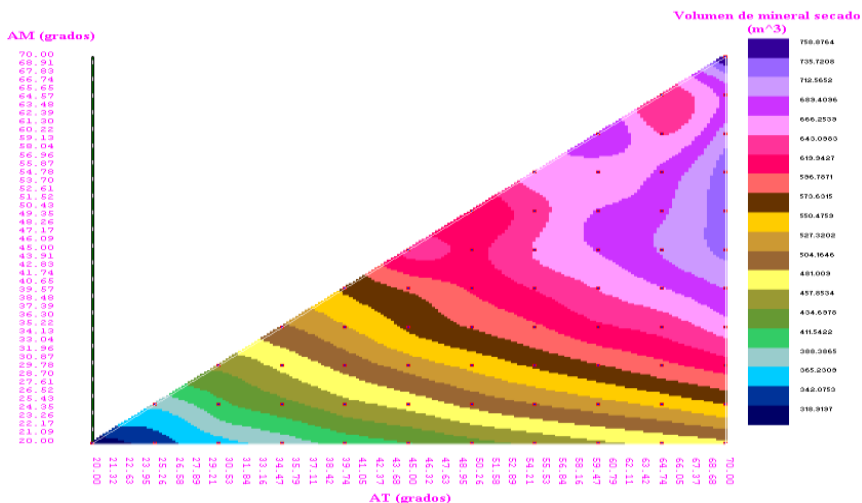


Figura 3.27. Comportamiento del volumen de mineral seco en la pila.

3.4.4.4. Influencia del área de exposición y el volumen de las pilas

Desde el punto de vista de la optimización del proceso de secado natural se deben considerar no solo las tendencias crecientes del área de exposición y el volumen (Figuras 3.28 y 3.29), sino también la forma geométrica de la sección transversal de las pilas, porque de ella depende el volumen de material que se puede exponer al proceso de secado en una superficie horizontal disponible y la cantidad de radiación solar que puede captar la superficie de secado.

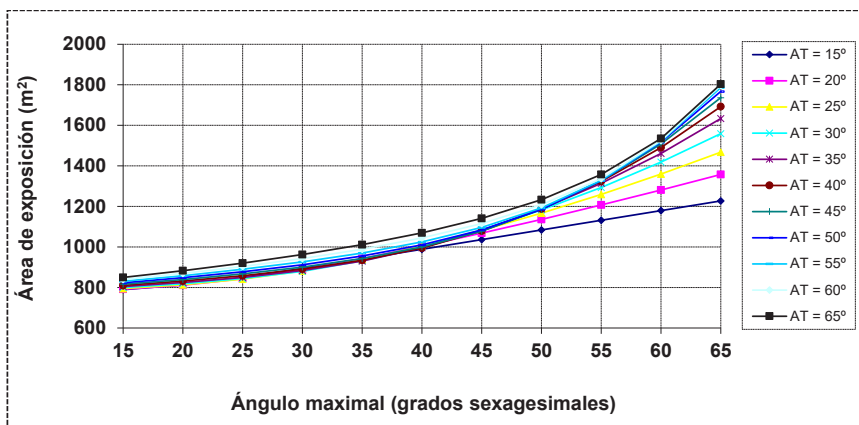


Figura 3.28. Comportamiento del área de exposición de la pila en función de los ángulos maximal y tangencial.

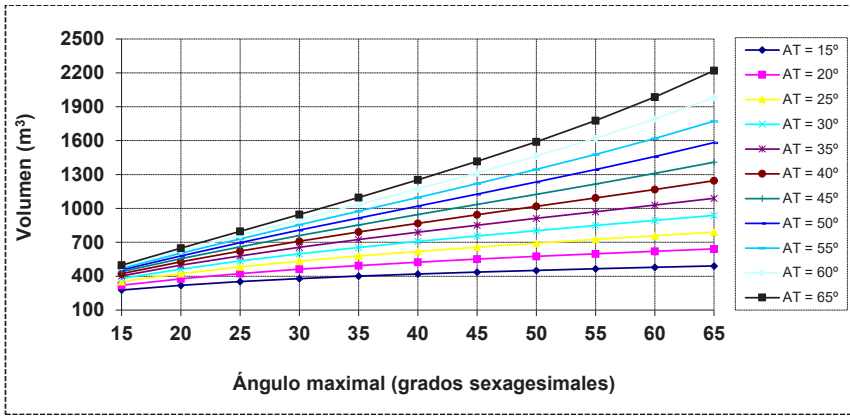


Figura 3.29. Comportamiento del volumen de material expuesto a secado natural en función de los ángulos maximal y tangencial.

En el caso particular del volumen, la optimización de la sección transversal de la pila debe realizarse estableciendo un compromiso entre la productividad que demanda el proceso industrial y la reducción en el contenido de humedad del material que se quiere obtener. Si se desea secar mayor cantidad de material, entonces los niveles de reducción del contenido de humedad serían pequeños y si, por el contrario, se desea secar más el material, entonces se debe disminuir el espesor de secado mediante la reducción del volumen de las pilas que se exponen al proceso de secado natural o el aumento del área horizontal disponible. Este compromiso que debe considerarse durante la implementación práctica del proceso está concebido en la aplicación informática creada, pero esencialmente obedece a la lógica y la experiencia de los trabajadores encargados de implementar el proceso en las industrias niquelíferas, y a las exigencias tecnológicas del proceso productivo.

3.5. CONCLUSIONES

La modelación matemática desarrollada para el secado natural de las menas lateríticas posibilitó el cálculo y la simulación de los siguientes parámetros fundamentales del proceso: flujos de calor transferidos por radiación, convección y conducción; radiación solar global que incide sobre la superficie de secado de las pilas de minerales; temperatura y

humedad de las menas lateríticas en dicha superficie; distribución de temperatura y humedad que experimenta el material; velocidad de secado; área de exposición y volumen de las pilas. Los modelos se obtienen del análisis físico-matemático del objeto de estudio y se validan para las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto. Los mismos describen adecuadamente el proceso investigado por cuanto su precisión alcanza el 93,43 % y el error relativo promedio asociado a su uso es de 6,57 %.

En las condiciones de secado natural analizadas en las simulaciones la humedad de las menas lateríticas se redujo en 1,5 y 3,5 % hasta las capas que se encuentran separadas alrededor de 29 y 87 cm de la superficie de los taludes este y oeste de la pila, respectivamente. En los referidos taludes la humedad se redujo en 0,4 y 0,7 % como promedio; y en la pila completa la reducción fue de 0,6 %, para un tiempo de secado de 12 horas. El movimiento de la humedad durante el proceso estuvo influenciado, fundamentalmente, por los gradientes de temperatura y de concentración de humedad, y por las fuerzas capilares y gravitatorias que actúan sobre la columna de líquido presente en la pila de minerales. Lo anterior determinó la existencia de un mecanismo mixto de transporte de la humedad que incluye los efectos combinados de la difusión de vapor, la difusión líquida y el movimiento de líquido.

El método de optimización seleccionado posibilitó la discretización de los valores de las variables, la evaluación exhaustiva de las restricciones para cada uno de los valores discretos de las variables, la evaluación de la función objetivo para todas las soluciones factibles y la selección de las mejores soluciones. Este enfoque flexible permitió optimizar la forma geométrica de la sección transversal de las pilas de minerales atendiendo a múltiples criterios relacionados con el aprovechamiento de la energía térmica disponible para el secado y corroboró que la implementación práctica del proceso de secado natural de las menas lateríticas debe realizarse con pilas de sección transversal parabólica que tengan la superficie de secado inclinada entre 30 y 60 grados sexagesimales, respecto al plano horizontal.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]. H. Jiménez, “Modelamiento matemático de los procesos de transferencia de momentum, calor y masa en medios porosos”, Tesis Doctoral, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana: Unidad Iztapalapa, México, 1999.
- [2]. G. Thorpe, and S. Whitaker, “Local mass and thermal equilibria in ventilated Grain Bunks. The development of heat and mass conservation equations (Part I)”, *Journal of Stored Products Research*, vol. 28, no. 1, pp. 15 – 27, Dec. 1992.
- [3]. Z. Abdel-Rehim, and Z. Nagib, “Solar drying of Bagasse Pulp”, *Journal of Applied Sciences Research*, vol. 3, no. 4, pp. 300 – 306, Nov. 2007.
- [4]. S. Ferreira, and A. Costa, “Parámetros de transferencia de materia en el secado de frutas”, *Información Tecnológica*, vol. 20, no. 2, pp. 89 – 104, Sept. 2009.
- [5]. S. Sandoval-Torres, “Modelación matemática del secado convencional de madera”, *Madera y Bosques*, vol. 15, no. 1, pp. 75 – 89, Oct. 2009.
- [6]. I. Montero, “Modelado y construcción de un secadero solar híbrido para residuos biomásicos”, Tesis Doctoral, Escuela de Ingenierías Industriales, Universidad de Extremadura, Badajoz, España, 2005.
- [7]. S. Estenoz, “Sistema integral de explotación minera para desarrollo sostenible de recursos naturales y su procesamiento tecnológico. Casos de estudio”, en *Memorias del III Congreso Cubano de Minería*, La Habana, 2009, pp. 1 – 16.
- [8]. Y. Retirado, E. Góngora, E. Torres, and A. Rojas, “Comportamiento de la humedad durante el secado solar del mineral laterítico”, *Minería y Geología*, vol. 23, no. 3, pp. 1 – 19, Jul. 2007.
- [9]. J. Vinardell, “Implementación del secado solar natural de las menas lateríticas en las empresas niquelíferas cubanas”, Tesis de Maestría, Universidad de Moa, Cuba, 2011.
- [10]. Y. Retirado, and A. Legrá, “Modelación del área y volumen de las pilas de menas lateríticas expuestas a secado solar natural”, *Minería y Geología*, vol. 27, no. 2, pp. 84 – 108, Abril 2011.
- [11]. Y. Retirado, A. Legrá, M. Lamorú, E. Torres, and H. Laurencio, “Optimización del secado solar de la mena laterítica en la industria”, *Minería y Geología*, vol. 28, no. 2, pp. 30 – 46, Abril 2012.

- [12]. J. Hernández, and P. Quinto, “Secado de medios porosos: una revisión a las teorías actualmente en uso”, *Científica*, vol. 9, no. 2, pp. 63 –71, Abril 2005.
- [13]. C. Strumillo, P. Jones, and Z. Romuald, “Energy Aspects of Drying”, in *Handbook of Industrial Drying*, 2nd ed. New York: Marcel Dekker, 1995.
- [14]. Y. Retirado, “Comportamiento de la humedad durante el secado solar del mineral laterítico”, Tesis de Maestría, Universidad de Moa, Cuba, 2007.
- [15]. I. Doymaz, “Thin-layer drying behavior of mintleaves”, *Journal of Food Engineering*, vol. 74, no. 3, pp. 370 –375, Sept. 2006.
- [16]. S. Estenoz, “Desarrollo sostenible en la minería a través del aprovechamiento integral de los yacimientos lateríticos”, *Tecnología Química*, vol. 21, no. 3, pp. 54 – 60, Sept. 2001.
- [17]. J. Serrano, “Operación racional del almacén central de minerales de la empresa René Ramos Latour”, en *Memorias del III Congreso Cubano de Minería*, La Habana, 2009, pp. 25 – 36.
- [18]. G. Tiwari, and B. Sarkar, “Experimental study of greenhouse Prawn drying under natural convection”, *Agricultural Engineering International*, vol. 8, no. 16, pp. 1–9, Dec. 2006.
- [19]. A. Kasatkin, *Operaciones básicas y aparatos en la tecnología química*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1987.
- [20]. T. Bergman, A. Lavine, F. Incropera, and D. De Witt. *Fundamental of heat and mass transfer*, 7th ed. USA: John Wiley & Sons, 2011.
- [21]. J. Arzola, *Sistemas de Ingeniería*. La Habana: Editorial Félix Varela, 2000.
- [22]. A. Legrá, and O. Silva. *La investigación científica: Conceptos y Reflexiones*. La Habana: Editorial Félix Varela, 2011.
- [23]. R. Sierra, “Optimización energética en el diseño de los transportadores de bandas utilizados en la industria del níquel”, Tesis Doctoral, Universidad de Moa, Cuba, 2010.

CAPÍTULO 4. MODELO PARA EL ENFRIAMIENTO DE MINERAL EN CILINDROS HORIZONTALES ROTATORIOS

Ing. Ever Góngora Leyva; Dr. C.

Universidad de Moa , Holguín, Cuba

egongora@ismm.edu.cu

4.1. INTRODUCCIÓN

El proceso de enfriamiento consiste en disminuir la temperatura del mineral, después que se ha reducido en un horno y antes de su tratamiento, hasta el valor requerido con el propósito de preservar sus valores metálicos para el proceso que sigue y se realiza en un equipo de transporte de sólidos granulados denominado enfriador [1], formado por:

- Cilindro horizontal rotatorio con tapas cónicas.
- Piscina, donde el cilindro rota y flota, se abastece a flujo constante para garantizar una temperatura del agua estable a un valor conveniente para el proceso de enfriamiento.
- Accionamiento electromecánico que transmite el movimiento al cilindro.

Los enfriadores de mineral a pesar de su gran tamaño, son considerados equipos simples por la sencillez en su fabricación. La efectividad de su funcionamiento está limitada por el correcto diseño en su relación diámetro – longitud y las características termo – físicas del material a enfriar. Además de no existir un procedimiento para el diseño específico de este equipo, teniendo en cuenta que se comporta como un medio de transporte continuo y a la vez como un intercambiador de calor, se constata que existe insuficiente conocimiento acerca de: cuáles son las variables con mayor efecto en la temperatura del mineral a la salida; cuáles son los rangos de operación que garanticen la temperatura idónea para el mineral a la salida del enfriador; cuál es la velocidad y el área que ocupa el mineral dentro del cilindro en función de la cantidad y tipo de carros raspadores instalados; cuál es la eficacia de los carros raspadores en el interior del cilindro y su incidencia en la temperatura del mineral.

A partir de las cuestiones descritas se afirma que existe desconocimiento del rango racional de operación del enfriador que provoca que la salida del

mineral sea a temperaturas superiores a la requerida por diseño.

Todas estas causas están intrínsecamente relacionadas con la insuficiencia de conocimiento científicamente fundamentado acerca de la interrelación entre la variable de salida (temperatura del mineral) y los parámetros de entrada, que constituyen elementos decisores para lograr que la temperatura del mineral a la salida sea la requerida.

4.2. MARCO CONTEXTUAL Y TEÓRICO

4.2.1. Procesos donde intervienen sólidos granulados

Un sólido granulado es considerado un medio poroso, o sea, un material de estructura sólida que contiene espacios o huecos interconectados. En medios porosos naturales (arena; granos y cereales), la distribución y forma de los poros es irregular, mientras que son uniformes en los sintéticos (materiales aislantes y de construcción) [2].

El flujo granular es un flujo bifásico formado por partículas y un fluido intersticial, donde las partículas fluyen de manera similar a un fluido o se resisten al corte como un sólido. Estos desempeñan un papel importante en las industrias de procesos (de alimentos, de fármacos y metalúrgicos) donde se utilizan ampliamente los cilindros horizontales rotatorios para la calcinación, calentamiento, secado y enfriamiento, de minerales y granos [3].

4.2.2. Procesos de mezclado de sólidos granulados

El tratamiento de sólidos granulados y su movimiento en el interior de un cilindro horizontal rotatorio se evalúa en dos componentes: en la dirección axial, causada por la inclinación del cilindro; y en la dirección radial, provocada por la rotación donde el material se mueve en avalancha a baja velocidad, se mezcla y homogeniza su temperatura [4].

En el análisis del comportamiento del flujo de sólidos granulados en el plano transversal de un cilindro horizontal rotatorio, se tienen en cuenta los fenómenos de cizallamiento, mezclado y segregación de partículas, que ejercen notable influencia en la redistribución del calor y la calidad del producto final [5]. Se emplean modelos que describen el flujo de corte en la capa activa y establecen las dimensiones del centro segregado. La Dinámica de los Fluidos Computarizada permite la modelación de una cama granular que incluye reacciones químicas e intercambio de calor entre la pared, el gas y la cama [6].

El Método de Elemento Discreto permite la simulación bidimensional de los procesos dinámicos de las partículas en la sección transversal del levitador de un secador; el calentamiento de las partículas en contacto con la pared del cilindro; y el mezclado transversal de partículas fluidas libres en un cilindro. Sin embargo ninguno describe un modelo completo para un horno rotatorio y coinciden que el acercamiento por este método es válido hasta cierto punto, por lo que se recomienda hacer ajustes al modelo y usar los datos de la literatura para calibrar el método [7].

A través de un sistema de ecuaciones se predice el arrastre de sólidos en los levitadores de los cilindros horizontales rotatorios que controlan las variables de secado: la longitud de caída, el tiempo de retención y el movimiento de las partículas [8]. Otros autores evalúan el efecto de variables como: carga de partículas y la velocidad de rotación, en el tiempo de retención y en la variación de la composición local del material granulado. Afirmen además que el ángulo dinámico de reposo y la variación de la superficie normal de la cama, solo dependen del coeficiente de llenado, de las propiedades reológicas del material y son una función de la velocidad de rotación del cilindro [9].

Estudios sobre el movimiento, profundidad y forma de la cama en el plano transversal, la velocidad axial y el tiempo de retención del sólido; el mezclado y la segregación de partículas, demuestran que los parámetros que más influyen en la velocidad de transferencia de calor son: el movimiento transversal generado en la cama de sólido que controla la frecuencia de renovación de la superficie y el espacio vacío cerca de la superficie de intercambio que determina el grado de mezclado del material [4].

Las investigaciones relacionadas con el comportamiento del mineral en el interior del cilindro se limitaron a establecer el ángulo de llenado y la altura de la cama de mineral. El autor de este trabajo y colaboradores, determinaron experimentalmente la relación entre las variables mencionadas, el coeficiente de llenado, la masa de los carros raspadores y su ángulo de desplazamiento, en función de la velocidad de rotación del cilindro y concluyeron que la variable de mayor efecto es la masa de mineral, que se mueve en avalancha.

4.2.3. Procesos de transferencia de calor en sólidos granulados

Los mecanismos de transferencia de calor que predominan en una cama estática compactada de un sólido granulado, independiente del tipo de

flujo son: la conducción térmica a través del fluido estancado, del sólido y del área de contacto entre dos partículas y la transferencia de calor por radiación entre superficies de partículas y entre cercanos vacíos. Si se incluye el flujo de un fluido entonces se consideran: la conducción térmica a través de la película fluida cerca de la superficie de contacto entre dos partículas y la transferencia de calor por convección sólido-fluido-sólido. Existen correlaciones y técnicas para referirse a la conducción de calor en medios granulares [10].

La transferencia de calor en flujos granulados, depende de la conductividad térmica de la cama, de la redistribución de las partículas calientes, del mezclado y la segregación del sólido granulado [3]. En estos casos el movimiento del material puede originar la segregación dentro de la cama, que tiende a neutralizar el ascenso en los gradientes de temperatura y la advección que en algunos casos domina la transferencia de calor total [11].

A escala microscópica, el mezclado de sólidos y la transferencia de calor se logra por el movimiento relativo entre las partículas. Macroscópicamente, el mezclado es inducido por el movimiento aleatorio de las partículas y la advección. Al aumentar la frecuencia de corte, la viscosidad y la conductividad térmica efectiva de la cama aumentan y para tiempos cortos de contacto y fracciones pequeñas de partículas, se incrementa el mezclado térmico y la transferencia de calor. Entre los procesos de transferencia de calor y de masa en sólidos granulados no existe una correlación lineal, debido a que obedecen a mecanismos de transporte diferentes [12].

4.2.4. Procesos de transferencia de calor entre un sólido granulado y otros medios

Mediciones de conductividad térmica efectiva en flujos granulares lentos, demuestran que la resistencia a la transferencia de calor del sólido a la pared es determinante y debe ser considerada. El coeficiente transferencia de calor, es mayor para superficies delgadas y menor para superficies embotadas, se incrementa con la capacidad calorífica de la partícula, con la conductividad térmica del gas y disminuye con el aumento de la superficie de intercambio.

La transferencia de calor por contacto entre la pared y la cama sólida es el modo dominante y la superficie que la delimita depende del coeficiente de llenado y del ángulo de llenado. Además puede describirse analíticamente a través de modelos macroscópicos, aunque los coeficientes de transferencia

de calor que lo caracterizan muestran diferencias cuantitativas entre ellos [9,13].

La transferencia de calor en la cama sólida puede usarse como una aproximación del coeficiente de transferencia de calor de la cama a la pared que depende del diámetro y la velocidad de rotación del cilindro, del tamaño de la partícula, de las propiedades termo físicas del material y del movimiento de la cama (estática o agitada y tipo de agitación), su valor aumenta con la intensidad de mezclado, siendo el tiempo de contacto entre las partículas y la pared inversamente proporcional a la velocidad de rotación [14].

El problema principal de la conducción de contacto, que ocurre entre una superficie caliente y partículas en movimiento, es la transferencia de calor entre dos partículas lisas en contacto elástico, donde se asume que el radio de curvatura de las partículas es mucho más grande que el punto de contacto.

Para un horno rotatorio a baja velocidad debe existir un mecanismo de penetración para la transferencia de calor a las partículas. A causa de la resistencia de contacto, existe un elevado gradiente entre la temperatura de la pared y la primera capa de partículas cerca de la pared, donde la temperatura en la cama sólida disminuye debido a la resistencia de penetración de calor y a las propiedades termofísicas de una partícula que se reemplazan por las propiedades efectivas de una cama a granel. Paletas distribuidas uniformemente en el interior del horno evitan el efecto de canalizaciones y permiten un contacto gas sólido favorable para cualquier relación de longitud y diámetro [15]. Sin embargo se ha demostrado que para tiempos de contacto cortos, la velocidad de rotación no tiene influencia en el coeficiente de transferencia de calor por contacto [16].

Por lo tanto, se supuso que existe una capa de gas de rotacional entre la primera capa de partículas y la superficie de la pared, que afecta la transferencia de calor por contacto y que depende del tamaño de las partículas. Para calcular la resistencia de contacto entre la cama y la pared, se deben considerar la conducción y la radiación en la cavidad ocupada por el gas, que se forma entre las partículas y la pared. Para velocidades de rotación superior a 0,17 rad/s y tiempos cortos de contacto, el coeficiente de transferencia de calor por contacto es menor. Asumen que la cama sólida tiene temperatura uniforme y que cerca de la pared, existe una capa delgada de partículas que se mezclan entre ellas después de cada

circulación de la cama.

Después de un tiempo experimental de 4 200 s , la temperatura de la pared alcanza su máximo y tiende a ser constante, hasta que converge en el tiempo con la temperatura promedio de la cama y el gradiente de temperatura de la cama sólida tiende a cero y el coeficiente de transferencia de calor permanece constante. En la modelación de un horno rotatorio se consideran la transferencia de calor por conducción y convección entre la pared cubierta por el sólido y el propio sólido, porque ambas fases, sólido y pared, alcanzan el equilibrio térmico.

La teoría abordada en el epígrafe 0, es significativa para el desarrollo de esta investigación, ya que aporta elementos de interés relacionados con los procesos de transferencia de calor y permite hacer consideraciones respecto al comportamiento del mineral laterítico reducido como un sólido granulado.

4.2.5. Modelos de transferencia de calor y masa en cilindros horizontales rotatorios

Los modelos que representan los mecanismos de transferencia de calor en hornos, secadores y enfriadores rotatorios, son complejos, ya que involucran la conducción, la convección y la radiación, en un mismo instante de tiempo.

Los modelos para un proceso en particular son únicos, por eso se desarrollan modelos genéricos, como los que describen el comportamiento de un secador rotatorio a contracorriente a partir de ajustes empíricos y pseudofísicos, constituyen una herramienta computacional para simular el comportamiento del equipo, suponen que los parámetros principales son independientes del tiempo, la temperatura y la posición, lo consideran como un sistema de parámetros distribuidos y aplican los conceptos de función de operación en la modelación de estos procesos.

En la obtención de modelos matemáticos se utilizan, además, el método de elementos finitos (ANSYS) para predecir la distribución de temperaturas en un horno rotatorio, el método de la dinámica de fluidos computarizada para explorar la eficiencia energética de un horno, los análisis energéticos y exergéticos para evaluar las pérdidas termodinámicas y el consumo específico de energía en secadores.

La modelación permite: establecer la relación entre los gradientes axiales de temperatura de la cama, del gas y de la pared de un horno, a partir de

correlaciones empíricas para calcular los coeficientes de transferencia de calor local; evaluar el efecto de pantalla de cadenas en el intercambio de calor; predecir el tiempo de retención y del ángulo de reposo del material, en función de la geometría del levitador en secadores y hornos rotatorios.

La bibliografía consultada no muestra un modelo que caracterice el proceso de enfriamiento del mineral. Solo el autor de este trabajo y colaboradores proponen un modelo dinámico con base fenomenológica, conformado por tres ecuaciones diferenciales y las ecuaciones de enlace para estimar los coeficientes de transferencia de calor que lo identifican.

4.2.6. Procesos de transferencia de calor en el enfriador

Los procesos de transferencia de calor en el enfriador del mineral se deducen del análisis del flujo tecnológico descrito en el epígrafe 1.1. El proceso de enfriamiento tiene como objetivo disminuir la temperatura del mineral hasta un valor igual o menor que 533,15 K. Para ello se utiliza el enfriador rotatorio, que es un equipo de transferencia de calor cilíndrico, dispuesto horizontalmente como una instalación de transporte.

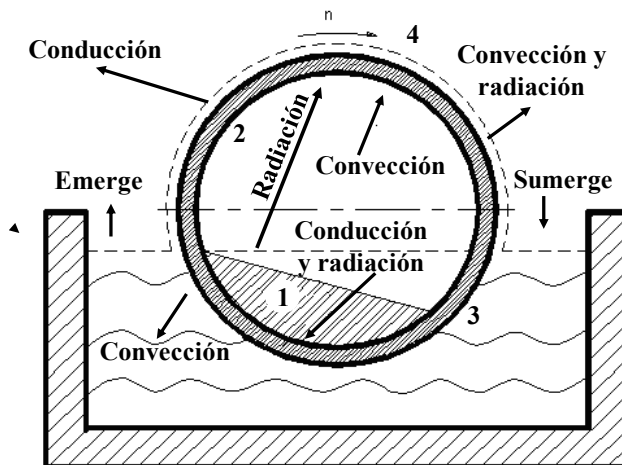


Figura 0.1. Modos de transferencia de calor en el enfriador.

La figura 4.1 muestra un corte del sistema formado por el mineral laterítico reducido (1), el cilindro horizontal rotatorio (2), la piscina de agua para el enfriamiento (3) y el aire circundante (4). En el proceso de enfriamiento están presentes los tres modos de transmisión del calor (conducción,

convección y radiación), representados en la figura 4.1 y los mismos influyen de la forma siguiente.

El mineral descargado en el enfriador a una temperatura entre 923,15 y 973,15 K transfiere calor a la superficie interior del cilindro a través de dos zonas:

1. La pared cubierta por el mineral, donde están presentes la conducción, la convección y la radiación, con predominio de la transferencia de calor por conducción debido al contacto sólido-sólido [17,18].
2. La pared no cubierta por el mineral, donde están presentes la convección y la radiación de los gases productos de la combustión que acompañan al mineral por el interior del cilindro y la radiación del mineral.

A través del espesor del cilindro ($\delta = 18$ mm) se transfiere calor por conducción, con mayor intensidad en la zona que el mineral está en contacto con la pared. Por efecto de la rotación el cilindro emerge de la piscina y la superficie exterior arrastra una película de agua fina que la cubre hasta que se sumerge nuevamente. Por este motivo la pared exterior entrega todo el calor que recibe por convección al agua que la cubre e incrementa su temperatura desde 303,15 hasta 353,15 K. El agua transfiere calor al medio ambiente por convección, radiación y evaporación de la película de agua, esta última se supone que ocurre a temperatura constante en el sentido radial del cilindro y solo se considera en el sentido longitudinal.

4.2.7. Transferencia de calor entre el mineral y la pared del cilindro

El proceso de transferencia de calor entre el mineral y la pared del cilindro se sustenta en la teoría abordada en el epígrafe 0. Donde se plantea que predomina la conducción de contacto, que depende del área de contacto entre partículas, entre las partículas y la superficie, de las propiedades termo físicas del sólido granulado y del tiempo de contacto.

Según el modelo de penetración, la resistencia térmica total entre el sólido y la pared cubierta consiste en tres partes:

1. La resistencia térmica incompleta introducida por la transmisión de calor por advección durante el mezclado del material producto de la rotación: aquí el movimiento del sólido se divide en dos zonas: (a) la capa activa donde el sólido se mueve a lo largo de una interfaz inclinada que favorece un mezclado radial intenso, donde

la temperatura del sólido se considera una constante y la resistencia térmica se hace nula para valores del coeficiente de transferencia de calor por advección del sólido infinitamente grande; (b) y la zona de la capa fija en el fondo donde el sólido apenas se mueve.

2. Resistencia de conducción térmica no estacionaria a través de la capa límite del sólido: la resistencia de penetración se obtiene a través de la solución del problema de la conducción térmica en una dimensión inestable en que el calor se transfiere desde el sólido a través de la capa límite térmica en la capa de la película de gas.
3. La resistencia de contacto térmico debido a la capa delgada de gas entre el sólido y la pared: considera la conducción térmica en la película de gas, entre una partícula y la pared y la radiación entre las partículas y la pared.

En el caso de un enfriador de cenizas la radiación de calor ocurre en un espacio cerrado y se hacen las siguientes suposiciones para simplificar el modelo: (1) la pared rotatoria y la superficie de ceniza son cuerpos grises; (2) los extremos del cilindro son superficies térmicamente aisladas; (3) el gas en el cilindro es despreciable, porque representa una cantidad pequeña en la transferencia de calor total; (4) el impacto del cambio de temperatura axial en la radiación de calor es despreciable. Sustentados en las suposiciones anteriores, la radiación de calor en el enfriador rotatorio es análoga a la radiación entre la superficie gris de la pared expuesta y la superficie gris de la ceniza expuesta.

El análisis de los parámetros del modelo de transferencia de calor en un horno rotatorio indica que la temperatura de la pared, del sólido granulado y del gas, son linealmente dependientes. Se asume que el material se mezcla y se traslada como un fluido, por tanto, la convección entre la pared y el sólido es el modo dominante y significativo en el control de la temperatura del material, que determina la calidad del producto.

Los enfriadores poseen un sistema de carros raspadores pendulares que favorecen la movilidad y el trabajo con películas finas de mineral, la reposición de la capa estática por una capa caliente que no ha estado en contacto con la pared, disminuye el gradiente de temperatura e inciden en el tiempo de retención. Este último se determina en hornos, secadores y calcinadores a partir de correlaciones empíricas, debido a que factores como: dimensiones del cilindro; forma y disposición de los carros

raspadores; velocidad de rotación; granulometría, viscosidad y adherencia del mineral, dificultan la obtención de una relación analítica, aunque cuando el coeficiente de llenado es menor del 20 % el flujo de sólidos no ejerce influencia significativa en el tiempo de retención, que en el enfriador de mineral se determina experimentalmente.

La velocidad de transferencia de calor por conducción del mineral a la pared del cilindro está determinada por las propiedades y las condiciones de la cama del mineral dentro del cilindro, que forma un ángulo de con respecto a la horizontal y resbala en forma de una masa estática, el mineral no reducido, dificulta el desplazamiento hacia la descarga y aumentan el coeficiente de llenado.

La bibliografía consultada en este epígrafe hace valoraciones importantes para la modelación del objeto de estudio. Se debe destacar que el mineral reducido se comporta como un sólido granulado de temperatura homogénea, debido al movimiento de rotación del cilindro y a la agitación de la cama con ayuda de los carros raspadores pendulares, con predominio de la transferencia de calor por contacto entre el mineral y la pared del cilindro.

4.2.8. Transferencia de calor entre el mineral, los gases y la pared del cilindro

La transferencia de calor por convección se manifiesta a través de los gases que viajan a lo largo del cilindro horizontal rotatorio y actúan recíprocamente con la cama y con la pared, a temperatura superior a 700 K se considera que es alrededor del 10 % del total. El coeficiente de transferencia de calor entre el gas libre en la superficie y la cama de sólido es menos importante que entre el gas libre en la superficie y la pared. Es independiente de la velocidad de rotación, del tamaño de la partícula e inclinación del horno.

La convección es libre para un mínimo flujo de gases y ocurre en toda la longitud del cilindro a temperaturas promedio de 454,15 y 706,15 K , para la pared y los gases respectivamente. La radiación en los gases es considerada para el vapor de agua y el dióxido de carbono, por ser pequeña la emisividad de los gases diatómicos y suponer que ocurre solo en la mitad más caliente del enfriador (a temperaturas superiores a 573,15 K).

Experimentos realizados en función de la velocidad de rotación, del

flujo de gases y el ángulo de llenado, demuestran que con el aumento del diámetro del horno existe una disminución de la convección a la cama sólida, donde el diámetro equivalente (interior del cilindro) es una función del coeficiente de llenado .

Experimentos realizados con diferentes materiales (cal, arena fina y gruesa), velocidad de rotación , ángulo de llenado e inclinación del horno constante, confirman que la capa límite en la pared del horno es totalmente turbulenta.

Como el diámetro del cilindro es grande algunos autores asumen que la transferencia de calor por convección en su interior es análoga al esquema de flujo de gas sobre una pared plana. De manera semejante, los coeficientes de transferencia de calor son calculados en tres regiones de flujo: laminar, de transición y turbulenta.

Existen correlaciones para estimar el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la partícula y el gas, pero no se ajustan a un enfriador. Al no existir un flujo de gases en el interior del cilindro, se asume que el mineral y los gases que lo acompañan poseen igual temperatura, se desprecia la convección entre el gas libre en la superficie y la cama de sólido, solo se considera la convección entre el gas libre en la superficie y la pared.

4.2.9. Transferencia de calor en la pared del cilindro

La energía entregada a la superficie interior de la pared es absorbida y conducida a través de la pared a la superficie exterior del cilindro. Se asume que todo el calor suministrado por el mineral a la pared es entregado al agua.

En estudios realizados a un horno rotatorio se desprecian el cambio cíclico y las variaciones en la temperatura de la pared en la dirección angular, por el llamado efecto regenerativo y el coeficiente de transferencia de calor por conducción en la pared se asume constante e independiente de la temperatura.

La temperatura interna de la pared se estima a través de un complejo sistema de ecuaciones que consideran la red del flujo de calor (gas – pared, pared interna – externa y pared externa – medio circundante), donde se desprecia la transferencia de calor por radiación y solo se considera la convección, se establece un balance térmico que incluye la conducción térmica a la pared cubierta por la ceniza, la transmisión de calor por

convección entre el aire filtrado y la pared y la radiación de calor entre la ceniza caliente y la pared opuesta a la cama de ceniza.

4.2.10. Transferencia de calor de la pared del cilindro al agua

Durante la convección en un cilindro horizontal con un flujo de calor constante, sumergido en un fluido viscoso e incompresible, el aumento del número de Prandtl contribuye a la disminución de la temperatura en la pared. El coeficiente de transferencia de calor local aumenta con el incremento de la velocidad del flujo de aire al disminuir la película de agua por evaporación. La influencia de una pared caliente en el espesor de la capa límite, indica que la velocidad del fluido cercano a la pared es superior, ya que la expansión tiene lugar a temperaturas más altas.

Estudios realizados a un enfriador de cenizas consideran que la transferencia de calor en la intercapa del agua de enfriamiento es análoga a la convección forzada en una tubería, porque el espesor de la intercapa es mucho más pequeño que la longitud del cilindro.

En un cilindro horizontal que transmite oscilaciones rotatorias en dimensiones infinitas la convección forzada es causada por la oscilación del cilindro y la convección natural por la fuerza de flotación del flujo. La transferencia de calor es gobernada por los números de Rayleigh y Reynolds y por la frecuencia dimensional de las oscilaciones.

En un cilindro rotatorio calentado con un flujo cruzado, se dividió la región de flujo subcrítico en tres rangos en función de la relación entre la velocidad del aire y la velocidad circunferencial de la superficie del cilindro: entre 0 y 0,5 es caracterizado por un aumento del número de Nusselt; entre 0,5 y 2 los coeficientes de transmisión de calor son independientes de la velocidad de rotación; mayor de 2, la velocidad de rotación del cilindro y no la velocidad del flujo cruzado determinan el nivel de transmisión de calor. La rotación domina sobre el flujo cruzado y tiene un efecto significativo en la distribución de los coeficientes de transferencia de calor local.

El número de Nusselt local refleja las características de transferencia de calor por convección y las condiciones del flujo dependen del número de Rayleigh y la relación de flotación. Estudios experimentales acerca de la formación de capas alrededor de un cilindro demuestran que la transferencia de calor por convección de doble difusividad, está entre los modos de conducción y convección natural. El perfil del número de Nusselt

promedio está entre los modos de conducción pura y convección natural y la variación se debe a la evolución de las capas. Durante la convección libre desde un cilindro sumergido en un fluido inmóvil, la disminución de los esfuerzos cortantes en el fluido facilita la transferencia de calor y su aumento tiene un efecto contrario [9].

Para describir la transferencia de calor por convección natural en la capa límite laminar en un cilindro horizontal se aplican las ecuaciones de energía y continuidad, se determinan las propiedades del fluido en función de la temperatura y se resuelven los sistemas de ecuaciones diferenciales parciales por el método de la diferencia finita.

En este epígrafe se establece la incidencia de la velocidad de rotación, la temperatura y los números de Nusselt, Rayleigh, Reynolds, en la transferencia de calor por convección de la pared al agua, en condiciones diferentes a las del objeto de estudio: menos del 30 % del volumen del enfriador está sumergido en la piscina y el 70 % cubierto por una película de agua, ambas zonas a diferentes temperaturas, además existe ebullición en la zona que la pared alcanza valores superiores a los 373,15 K .

4.2.11. Transferencia de calor y masa del agua al aire

La evaporación externa del vapor de agua en un cilindro horizontal calentado y los efectos de la rotación en la transferencia de masa se evalúan a través del número de Sherwood Sh (ecuación 4.58), como una función de los números de Reynolds rotacional Re_r , de Grashof Gr_r y de Schmidt Sc .

Los resultados de las investigaciones que abordan la modelación del proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido no dan solución a la problemática existente y no se demuestra la validez del modelo dinámico propuesto.

Los modelos que describen el intercambio de calor en cilindros horizontales rotatorios (secadores, hornos, calcinadores y enfriadores), no permiten establecer los parámetros de operación del proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido, pero aportan criterios y ecuaciones a tener en cuenta en la identificación de los coeficientes de transferencia de calor por unidad de longitud que caracterizan el modelo propuesto en esta investigación.

4.3. MODELACIÓN DEL PROCESO DE ENFRIAMIENTO DEL MINERAL

El desarrollo de expresiones matemáticas que representen los fenómenos físicos que intervienen en un proceso y su aplicación a la implementación de las nuevas tecnologías es un asunto de primordial importancia en el desarrollo del sector industrial, donde la modelación matemática es un instrumento necesario en el diseño y operación de una planta o de un proceso de producción. Adelantos en la simulación permiten obtener soluciones a través de varios métodos numéricos con exactitud y rapidez. Para componer las ecuaciones de un objeto en la industria, es necesario despreocuparse de una serie de factores secundarios y sí tener en cuenta los principales: de entrada, de salida y las perturbaciones que influyen en la dinámica del mismo; además que la sencillez del modelo conformado debe contener las principales peculiaridades del proceso investigado.

En este caso, si se conocen los elementos o factores que influyen en la transferencia de calor es posible establecer un modelo que prediga la temperatura del mineral a la salida de los enfriadores. Se pretende establecer un modelo físico-matemático teórico del proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido en cilindros horizontales rotatorios con la capacidad teórica de regular la operación tecnológica del equipo.

4.3.1. Modelación de la transferencia de calor en el enfriador

Para establecer las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido se deben precisar los procesos físicos que tienen lugar en el mismo. El mineral reducido y los gases reductores que lo acompañan, aportan calor a la pared interior del cilindro al entrar en contacto con ella, luego es transferido a la pared exterior del cilindro; desde donde es absorbido por el agua contenida en la piscina.

A lo largo del enfriador se presentan fuertes gradientes de temperaturas, que exigen trabajar con un modelo de parámetros distribuidos, para cuya conformación se divide el cilindro en un número finito de elementos volumétricos dispuestos en serie y se aplicarán a cada elemento ecuaciones de conservación de la energía y de la masa.

Cada elemento de volumen está limitado longitudinalmente por dos secciones, llamadas sección de entrada (subíndice x) y sección de salida (subíndice $x + dx$) tal como se ilustra en la figura. Conocidas las condiciones

de alimentación del enfriador, el resto de los elementos se resuelven en serie, ya que las variables correspondientes a la sección de entrada x serán conocidas y por lo tanto a partir de las ecuaciones se obtendrán las de salida $x + dx$.

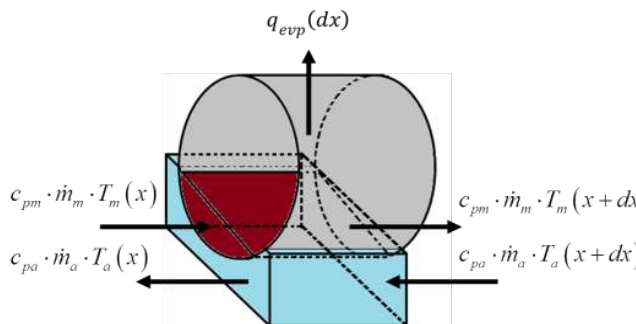


Figura 0.1. Elemento de volumen del cilindro.

4.3.2. Balance de masa y energía del mineral

La energía calorífica puede entrar o salir del sistema analizado por el mecanismo de conducción de calor, de acuerdo con la ley de Fourier (ecuación 4.1); también puede transferirse debido al movimiento global del fluido, es decir, por transporte convectivo y la energía que se manifiesta mediante este proceso se le llama también calor sensible. En casos especiales, además se puede considerar el transporte de calor por radiación, descrito por la ley de Stefan-Boltzmann. Luego se selecciona un volumen de control infinitesimalmente pequeño como se muestra en la figura 4.2.

A través de un balance de energía al volumen de control diferencial de la figura 4.2, se obtiene la ecuación (0.1) que caracteriza la transferencia de calor del mineral a la pared. El miembro izquierdo caracteriza la velocidad de variación de la temperatura en el tiempo $T(t)$ del elemento de mineral; dx ; el primer miembro de la derecha relaciona el calor que entra con el flujo de mineral al elemento x y el calor que sale con el mineral $x + dx$; el segundo término es el calor entregado por el mineral y los gases a la pared del cilindro.

$$\rho_m \cdot c_{pm} \cdot A_{stm} \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial T_m(x,t)}{\partial t} = \left(c_{pm} \cdot \dot{m}_m \cdot (T_m(x,t) - T_m(x + \Delta x, t)) - \right. \\ \left. - K_1 \cdot (T_m(x,t) - T_p(x,t)) \cdot \Delta x \right) \quad (0.1)$$

Dividiendo la ecuación (0.1) por Δx y tomando el límite cuando $\Delta x \rightarrow 0$ se obtiene la ecuación (0.2).

$$\rho_m \cdot c_{pm} \cdot A_{stm} \cdot \frac{\partial T_m(x,t)}{\partial t} = -c_{pm} \cdot \dot{m}_m \cdot \frac{\partial T_m(x,t)}{\partial x} - K_1 \cdot (T_m(x,t) - T_p(x,t)) \quad (0.2)$$

Donde:

ρ_m - Densidad aparente del mineral; kg/m³

C_{pm} - Calor específico del mineral; kJ/(kg · K)

A_{stm} - Área de la sección transversal del mineral; m²

T_m - Temperatura del mineral; K

$\dot{m}_m$ - Flujo de mineral; kg/s

K_1 - Coeficiente superficial variable de transferencia de calor del sólido a la pared por unidad de longitud; W/(m · K)

4.3.3. Balance de masa y energía de la pared del cilindro

Se considera el cilindro un medio homogéneo en el cual no hay movimiento de volumen (advección), donde la distribución de temperatura ocurre en coordenadas cartesianas en el sentido longitudinal del cilindro. Luego se selecciona un volumen de control infinitesimalmente pequeño como se muestra en la figura 4.1 y a través de un balance térmico se obtiene la ecuación diferencial de la conducción para la pared, expresión (0.3).

$$c_{pp} \cdot \rho_p \cdot A_{sc} \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial T_p(x,t)}{\partial t} = \left(-\lambda_p \cdot A_{sc} \cdot \frac{\partial T_p(x,t)}{\partial x} + \right. \\ \left. + K_1 \cdot (T_m(x,t) - T_p(x,t)) \cdot \Delta x - \right. \\ \left. - K_2 \cdot (T_p(x,t) - T_a(x,t)) \cdot \Delta x \right) \quad (0.3)$$

Donde:

C_{pp} - Calor específico del material del cilindro; $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

ρ_p - Densidad del material del cilindro; kg/m^3

A_{stc} - Área de la sección transversal del cilindro; m^2

λ_p - Conductividad térmica del material del cilindro; $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

T_a - Temperatura del agua en la piscina; K

K_2 - Coeficiente variable de transferencia de calor a través de la pared del enfriador por unidad de longitud al agua de la piscina; $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

4.3.4. Balance de masa y energía del agua

La figura 4.1 muestra el área de la sección normal para el estudio del proceso de transferencia de calor en la piscina por unidad de longitud.

Del balance térmico para el agua, se obtiene la ecuación (0.4).

$$\rho_a \cdot c_{pa} \cdot A_{sta} \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial T_a(x,t)}{\partial t} = \left(\begin{aligned} &c_{pa} \cdot \dot{m}_a \cdot (T_a(x,t) - T_a(x+\Delta x,t)) + \\ &+ K_2 \cdot (T_p(x,t) - T_a(x,t)) \cdot \Delta x - \\ &- K_3 \cdot (T_a(x,t) - T_{aire}(x,t)) \cdot \Delta x - q_{evp}(x,t) \cdot \Delta x \end{aligned} \right) \quad (0.4)$$

Dividiendo la ecuación (0.4) por Δx y tomando el límite cuando $\Delta x \rightarrow 0$ se obtiene la ecuación (0.5).

$$\rho_a \cdot c_{pa} \cdot A_{sta} \cdot \frac{\partial T_a(x,t)}{\partial t} = \left(\begin{aligned} &-c_{pa} \cdot \dot{m}_a \cdot \frac{dT_a}{dx} + K_2 \cdot (T_p(x,t) - T_a(x,t)) - \\ &- K_3 \cdot (T_a(x,t) - T_{aire}(x,t)) - q_{evp}(x,t) \end{aligned} \right) \quad (0.5)$$

Donde:

C_{pa} - Calor específico del agua; $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

A_{sta} - Área de la sección transversal ocupada por el agua; m²

$\dot{m}_a$ - Flujo de agua; kg/s

T_{aire} - Temperatura del aire; K

K_3 - Coeficiente superficial variable de transferencia de calor del agua al medio por unidad de longitud; W/(m · K)

$q_{evp}(x, t)$ - Calor transferido por evaporación por unidad de longitud; W/m

4.3.5. Modelo de transferencia de calor en el enfriador

Para simplificar el modelo se hacen los siguientes supuestos:

1. No existe reacción química en el mineral, es decir que el mineral solo intercambia calor durante su transporte a través del enfriador.
2. Los gradientes de temperatura en el seno del mineral son despreciables, por lo tanto, la temperatura es uniforme en todo el volumen del sólido. Esta suposición se sustenta en el bajo coeficiente de llenado, el pequeño tamaño de las partículas de mineral, la acción de los carros raspadores y la velocidad de rotación con que trabaja el enfriador.
3. El mineral laterítico reducido y los gases que lo acompañan se encuentran a la misma temperatura. No existe un flujo de gases a considerar.

El modelo de transferencia de calor en el enfriador se puede enunciar entonces mediante el sistema de ecuaciones simultáneas (0.2), (0.3) y (0.5), donde se cumplen ciertas condiciones iniciales y de frontera representadas en (0.6):

$$\begin{aligned} T_m(x, t_1) &= f_m(x) & T_m(x_1, t) &= g_m(t) \\ T_a(x, t_2) &= f_a(x) & T_a(x_2, t) &= g_a(t) \end{aligned} \quad (0.6)$$

Al considerar que el flujo del sólido granulado dentro de un cilindro rotatorio se desarrolla en estado estacionario, se simplificaría notablemente el modelo.

Dado que el mineral se mueve a una velocidad de 0,01, a 0,017 m/s , el tiempo de retención del mineral en el interior del enfriador es de 30 a 50 minutos. Luego de cierto período de ocurrencia del proceso de enfriamiento, la temperatura en cualquier posición a lo largo de la longitud del cilindro es constante respecto al tiempo. En este sentido se considera que T_m , T_p y T_a son funciones invariables en el tiempo y quedan las ecuaciones (0.2) y (0.5) de la forma en que se muestran las ecuaciones (0.7) y (0.8).

$$c_{pm} \cdot \rho_m \cdot \frac{dT_m(x)}{dx} = -K_1 \cdot T_m(x) + K_1 \cdot T_p(x) \quad (0.7)$$

$$c_{pa} \cdot \rho_a \cdot \frac{dT_a}{dx} = -T_a(x) \cdot (K_2 + K_3) + K_2 \cdot T_p(x) + K_3 \cdot T_{aire}(x) - q_{evp}(x) \quad (0.8)$$

Con las condiciones iniciales representadas en (0.9) que permiten el uso de métodos numéricos clásicos de solución:

$$\begin{aligned} T_m(0) &= T_1 \\ T_a(0) &= T_2 \end{aligned} \quad (0.9)$$

Conocido que el espesor de la pared del cilindro (0,018 m) , es mucho menor que el diámetro (3 m) y la longitud (30m) del enfriador y que el proceso ocurre en equilibrio termodinámico después de un tiempo de operación, se considera que no existe acumulación neta de energía dentro de la pared del cilindro [93]. Entonces se propone la ecuación (0.10) para estimar la temperatura de la pared del cilindro [109, 156, 172].

$$K_1 \cdot (T_m(x) - T_p(x)) = K_2 \cdot (T_p(x) - T_a(x)) \quad (0.10)$$

A través de las ecuaciones (0.7), (0.8) y (0.10) quedó establecido el modelo matemático teórico genérico con base fenomenológica que describe el proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido y se da cumplimiento parcial al objetivo de la investigación.

4.3.6. Modelo para calcular la temperatura del agua

En la presente investigación se hace necesario desarrollar un modelo matemático que permita estimar el valor de la temperatura del agua para $x = 0$ ($T_a(0)$) en función de los principales parámetros que caracterizan el proceso cuyo correspondiente papel se explica en el epígrafe 0, tales como los flujos y calores específicos del mineral y el agua, así como de la temperatura de entrada del mineral en $x = 0$ y de entrada del agua en $x = 30$. Es decir:

$$T_a(0) = f(T_m(0), T_a(30), C_{pm}, C_{pa}, \rho_m, \rho_a) \quad (0.11)$$

Si se conocen valores suficientes de $T_a(0)$ para valores de las variables independientes $T_m(0)$, $T_a(30)$, C_{pm} , C_{pa} , ρ_m y ρ_a se puede obtener un modelo de la forma (0.11).

4.3.7. Cálculo del área de la sección transversal del sólido

Para estimar el coeficiente de transferencia de calor K_i del mineral a la pared es necesario calcular la cuerda y los arcos de las superficies a través de las cuales se transfiere el calor del mineral a la pared del cilindro, delimitadas por el ángulo de llenado γ y la altura de la cama de mineral h_m según se muestra en la figura 4.2 y se determinan por medio de las ecuaciones (0.12), (0.13), (0.14) y (0.15).

$$S_{pcm} = r_i \cdot \gamma \quad (0.12)$$

$$S_{pncm} = r_i \cdot (2 \cdot \pi - \gamma) \quad (0.13)$$

$$A_{pcm} = S_{pcm} \cdot dx \quad (0.14)$$

$$A_{pncm} = S_{pncm} \cdot dx \quad (0.15)$$

Donde:

S_{pcm} - Arco de la pared cubierta por el mineral; m

S_{pncm} - Arco de la pared no cubierta por el mineral; m

A_{pcm} - Área de la pared cubierta por el mineral; m²

A_{pncm} - Área de la pared no cubierta por el mineral; m²

La ecuación (0.16) permite determinar el área del sector de una circunferencia $A_{sect.}$ a partir del área de la sección transversal que ocupa el mineral en el interior del cilindro A_{stm} y el área del triángulo circunscrito A_T .

$$A_{sect} = A_T + A_{stm} \quad (0.16)$$

Donde:

$A_{sect.}$ - Área del sector; m²

A_T - Área del triángulo; m²

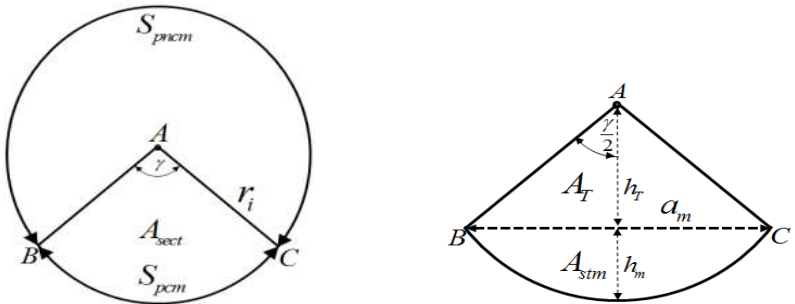


Figura 0.2. Representación del ángulo de llenado y el área que ocupa el mineral.

Las ecuaciones (0.17) y (0.18) muestran los pasos a seguir para determinar el área del sector de la circunferencia. Si son asumidas las coordenadas

polares (R, ϕ) donde R es el radio y ϕ es el ángulo, entonces se puede calcular:

$$A_{sect.} = \int_0^{r_i} \int_0^\gamma R \cdot d\phi \cdot dR = \int_0^{r_i} R \cdot [\phi]_0^\gamma \cdot dR = \gamma \cdot \int_0^{r_i} R \cdot dR \quad (0.17)$$

$$A_{sect.} = \gamma \cdot \frac{R^2}{2} \Big|_0^{r_i} = \gamma \cdot \frac{r_i^2}{2} \quad (0.18)$$

Las ecuaciones (0.19), (0.20), (0.21), (0.22), (0.23) y (0.24) muestran los pasos a seguir para determinar el área del triángulo circunscrito en el sector de la circunferencia.

$$A_T = 2 \cdot \left(\frac{A_T}{2} \right) = 2 \cdot \left(\frac{h_T \cdot \frac{a_m}{2}}{2} \right) = \left(h_T \cdot \frac{a_m}{2} \right) \quad (0.19)$$

$$\text{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\left(\frac{a_m}{2}\right)}{r_i} \quad (0.20)$$

$$\frac{a_m}{2} = r_i \cdot \text{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad (0.21)$$

$$\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{h_T}{r_i} \quad (0.22)$$

$$h_T = r_i \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad (0.23)$$

$$A_T = \frac{2}{2} \left(r_i \cdot \text{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cdot r_i \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right) = \left(\frac{r_i^2}{2} \cdot \text{sen}\left(2 \cdot \frac{\gamma}{2}\right) \right) = \frac{r_i^2}{2} \cdot \text{sen}(\gamma) \quad (0.24)$$

$$A_{stm} = \gamma \cdot \frac{r_i^2}{2} - \frac{r_i^2}{2} \cdot \text{sen}(\gamma) = \frac{r_i^2}{2} \cdot (\gamma - \text{sen}(\gamma)) \quad (0.25)$$

Donde:

h_T - Altura del triángulo;

a_m - Cuerda del segmento ocupado por el mineral;

Una forma satisfactoria para determinar el valor de γ cuando se conoce el valor de A_{stm} es resolver mediante el método de bisección, la ecuación (0.25) en γ , ecuación (0.26).

$$f(\gamma) = \frac{r_i^2}{2} \cdot (\gamma - \text{sen}(\gamma)) - A_{stm} = 0 \quad (0.26)$$

Algoritmo:

Sean $\gamma_0 = 0$ y $\gamma_1 = 2 \cdot \pi$, Cota de error = 0,000001

Si $f(\gamma_0) = 0$ entonces $\gamma_0 = 0$ es la solución, en caso contrario:

Si $f(\gamma_1) = 0$ entonces $\gamma_1 = 2 \cdot \pi$ es la solución, en caso contrario:

1: Hallar γ_m a través de la ecuación por la ecuación (0.27).

$$\gamma_m = \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{2} \quad (0.27)$$

2: Hallar $f(\gamma_m)$, si este valor es nulo entonces γ_m es la solución, en caso contrario:

3: Si $f(\gamma_0) \cdot f(\gamma_m) < 0$ entonces $\begin{cases} \gamma_1 = \gamma_m \\ f(\gamma_1) = f(\gamma_m) \end{cases}$ en caso contrario $\begin{cases} \gamma_0 = \gamma_m \\ f(\gamma_0) = f(\gamma_m) \end{cases}$

4: Si $(\gamma_0 - \gamma_1) < \text{Cota del error}$ entonces $\gamma_m = \frac{\gamma_0 + \gamma_1}{2}$ es la solución, en caso contrario ir al paso 1.

El tiempo de retención de un sólido en el interior de un cilindro horizontal se determina según la ecuación (0.28).

$$t_r = \frac{\rho_m \cdot \varphi \cdot \pi \cdot r_i^2 \cdot L_c}{n \cdot \dot{m}} \quad (0.28)$$

Donde:

t_r - Tiempo de retención; S

L_c - Longitud del cilindro; m

4.3.8. Cálculo del volumen de la sección del cilindro sumergida en la piscina

Para estimar el volumen de la sección del cilindro sumergida en el agua se parte del principio de Arquímedes y para el caso de estudio se expresa según la ecuación (0.29):

$$V_{sa} = \frac{m_{enf}}{\rho_a} \quad (0.29)$$

Donde:

m_{enf} - Masa del enfriador; kg

$$A_{sta} = V_{sa} / L_c$$

V_{sa} - Volumen del enfriador sumergido en el agua; m³

El área de la sección transversal del cilindro sumergida en el agua se determina a través de la ecuación (0.30), que se sustituye en la ecuación (0.31) para obtener el valor del ángulo de sumersión θ , figura 4.3.

$$A_{sta} = V_{sa} / L_c \quad (0.30)$$

$$A_{stcsa} = (r_e^2 / 2) \cdot [\theta - \text{sen}(\theta)] \quad (0.31)$$

Donde:

A_{stcsa} - Área de la sección transversal del cilindro sumergida en el agua; m²

θ - Ángulo de sumersión del cilindro en el agua; rad

r_e - Radio exterior del cilindro; m

Para estimar el valor de la altura de sumersión del cilindro h_s es necesario calcular los valores $x_1 < 0$ y $x_2 > 0$ que son los puntos de intersección entre

la recta decreciente $y = m \cdot x$ y la circunferencia $x^2 + y^2 = r_e^2$, para lo cual se asume que $m = \tan((\theta - \pi)/2)$. Luego se obtiene que $h_s = m \cdot x_2 + r_e$, ver figura 4.3.

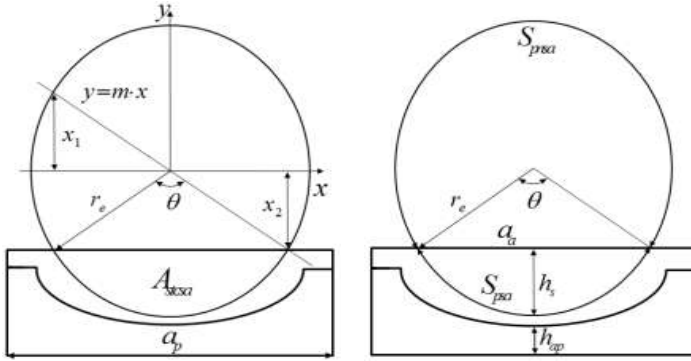


Figura 0.3. Representación del ángulo θ y la altura de sumersión del cilindro en el agua h_s .

Para establecer las condiciones de flotación del cilindro en el agua contenida en la piscina se parte de las ecuaciones (0.32), (0.33) y (0.34).

$$V_{acc} = V_{asc} + V_{sa} \quad (0.32)$$

$$V_{acc} = L_c \cdot a_p \cdot h_{acc} \quad (0.33)$$

$$V_{asc} = L_c \cdot a_p \cdot h_{asc} \quad (0.34)$$

Donde:

V_{acc} - Volumen que ocupa el agua en la piscina con el cilindro; m³

V_{asc} - Volumen que ocupa el agua en la piscina sin el cilindro; m³

h_{acc} - Altura del agua en la piscina con el cilindro sumergido; m

h_{asc} - Altura del agua en la piscina sin el cilindro sumergido; m

a_p - Ancho de la piscina; m

Sustituyendo las ecuaciones (0.33) y (0.34) en la ecuación (0.32), se despeja h_{cc} y se obtiene la ecuación (0.35) que permite determinar la altura del agua en la piscina con el cilindro sumergido en ella.

$$h_{acc} = (L_c \cdot a_p \cdot h_{asc} + V_{sa}) / (L_c \cdot a_p) \quad (0.35)$$

Nótese que si se denomina h_{ap} a la altura de los apoyos en el fondo de la piscina, cuando $h_{acc} > h_{sa} + h_{ap}$ el cilindro flota, ver figura 4.4.

El nivel necesario del agua en la piscina sin el cilindro h_{asc} , para que este flote cuando se llene con el mineral es: $h_{asc} > ((h_s + h_{ap}) \cdot L_c \cdot a_p - V_{sa}) / (L_c \cdot a_p)$

Las ecuaciones (0.36), (0.37), (0.38), (0.39) y (0.40) permiten calcular las superficies a través de las cuales se transfiere el calor de la pared del cilindro al agua, delimitadas por el ángulo de sumersión θ , según se muestra en la figura 4.3.

$$S_{psa} = r_e \cdot \theta \quad (0.36)$$

$$S_{pnsa} = r_e \cdot (2 \cdot \pi - \theta) \quad (0.37)$$

$$A_{psa} = S_{psa} \cdot dx \quad (0.38)$$

$$A_{pnsa} = S_{pnsa} \cdot dx \quad (0.39)$$

$$a_a = 2 \cdot r_e \cdot \text{sen}(\theta/2) \quad (0.40)$$

Donde:

S_{psa} - Arco de la pared sumergida en el agua; **m**

S_{pnsa} - Arco de la pared no sumergida en el agua; **m**

A_{psa} - Área de la pared sumergida en el agua; **m²**

A_{pnsa} - Área de la pared no sumergida en el agua; **m²**

a_a - Cuerda del segmento sumergido en el agua; m

4.3.9. Caracterización de los coeficientes del modelo

Para resolver el modelo matemático que describe el proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido a través de las ecuaciones (0.7), (0.8) y (0.10) es necesario establecer las ecuaciones de enlace que permiten determinar los coeficientes que caracterizan los procesos de transferencia de calor del sólido a la pared K_1 , de la pared al agua de la piscina K_2 , del agua al aire K_3 y el calor transferido por evaporación del agua $q_{evp}(x, t)$.

4.3.9.1. Caracterización de los coeficientes de transferencia del mineral a la pared

El coeficiente superficial de transferencia de calor del sólido a la pared del cilindro por unidad de longitud es variable respecto a x y se propone expresarlo mediante la ecuación (0.41) que tiene en cuenta los coeficientes de transferencia de calor y el área, tanto de la pared cubierta por el mineral, como la no cubierta por este.

$$K_1(x) = \alpha_{pcm}(x) \cdot S_{pcm} + \alpha_{pncm}(x) \cdot S_{pncm} \quad (0.41)$$

Donde:

$\alpha_{pcm}(x)$ - Coeficiente variable de transferencia de calor del mineral a la pared cubierta; $W/(m^2 \cdot K)$

$\alpha_{pdm}(x)$ - Coeficiente variable de transferencia de calor del mineral a la pared no cubierta; $W/(m^2 \cdot K)$

El calor a la pared cubierta por el mineral se transmite por conducción y radiación y el coeficiente de transferencia de calor puede definirse por la ecuación (0.42), donde los términos de la derecha caracterizan la conducción y la radiación [19] de calor entre la cama de mineral y la pared del cilindro.

$$\alpha_{pcm}(x) = \frac{2 \cdot \lambda_m(T_m(x))}{3 \cdot \sqrt{\frac{\lambda_m(T_m(x)) \cdot \gamma}{2 \cdot \rho_m \cdot C_{pm} \cdot n}}} + \left(\sigma \cdot \frac{\varepsilon_m \cdot \varepsilon_p}{\frac{1}{\varepsilon_m} + \frac{1}{\varepsilon_p} - 1} \cdot \frac{(T_m^4(x) - T_p^4(x))}{(T_m(x) - T_p(x))} \right) \quad (0.42)$$

Donde:

$\lambda_m(T_m(x))$ - Conductividad térmica variable del mineral; W/(m² · K)

ε_m - Emisividad del mineral; adimensional

El calor del sólido a la pared no cubierta, se transmite por convección y radiación, donde el coeficiente de transferencia de calor se define por la ecuación (0.43) [19].

$$\alpha_{pdm}(x) = \alpha_{gp} + \left(\sigma \cdot \varepsilon_m \cdot \varepsilon_p \cdot \frac{(T_m^4(x) - T_p^4(x))}{(T_m(x) - T_p(x))} \right) \quad (0.43)$$

Donde:

α_{gp} - Coeficiente de transferencia de calor del gas a la pared del cilindro; W/(m² · K)

A través de la ecuación (4.43), se calcula el coeficiente de transferencia de calor del gas a la pared del cilindro α_{gp} , que depende del flujo de gases por el interior del cilindro. Se considera que durante el enfriamiento, el cilindro está caracterizado por el flujo de calor uniforme a través de la superficie laminar y completamente desarrollado y se emplea la ecuación (0.44) para determinar el coeficiente α_{gp} . En este caso el número de Nusselt es una constante, independiente del número de Reynolds, de Prandtl y la posición axial [19].

$$\alpha_{gp} = \frac{4,36 \cdot \lambda_g}{D_e} \quad (0.44)$$

4.3.10. Caracterización de los coeficientes de transferencia de la pared al agua

Para la determinación del coeficiente de transferencia de calor K_2 , se proponen las ecuaciones (0.45) y (0.46) que tiene en cuenta los modos de transferencia de calor por convección y ebullición. La ecuación (0.45) se utiliza cuando la temperatura de la pared del cilindro es inferior a los 378 K y cuando es igual o superior a los 378 K se utiliza la ecuación (0.46).

$$K_2(x) = \alpha_{psa}(x) \cdot S_{psa} + \alpha_{psa}(x) \cdot S_{psa} \quad (0.45)$$

$$K_2(x) = \alpha_{ebull}(x) \cdot S_{psa} + \alpha_{ebull}(x) \cdot S_{psa} \quad (0.46)$$

Donde:

$\alpha_{psa}(x)$ - Coeficiente variable de transferencia de calor de la pared sumergida al agua; $W/(m^2 \cdot K)$

$\alpha_{psa}(x)$ - Coeficiente variable de transferencia de calor de la pared no sumergida a la película de agua; $W/(m^2 \cdot K)$

$\alpha_{ebull}(x)$ - Coeficiente variable de transferencia de calor por ebullición del agua; $W/(m^2 \cdot K)$

A partir de la correlación empírica para el número de Nusselt, se obtienen los coeficientes de transferencia de calor por convección, ecuaciones (0.47) y (0.48).

$$K_2(x) = \alpha_{psa}(x) \cdot S_{psa} + \alpha_{psa}(x) \cdot S_{psa} \quad (0.47)$$

$$K_2(x) = \alpha_{ebull}(x) \cdot S_{psa} + \alpha_{ebull}(x) \cdot S_{psa} \quad (0.48)$$

Donde:

Re_{ra} - Número de Reynolds rotacional a la temperatura del agua en la piscina; adimensional

Re_p - Número de Reynolds rotacional a la temperatura del agua sobre la pared; adimensional

λ_{aa} - Conductividad térmica del agua a la temperatura de la piscina;
W/(m² · K)

λ_{ap} - Conductividad térmica del agua a la temperatura de la pared no sumergida; W/(m² · K)

Todas las propiedades se evalúan a la temperatura de la película.

Las constantes C y m correspondientes a las ecuaciones (0.47) y (0.48) se buscan en la tabla 4.1 en correspondencia con los valores del número de Reynolds calculado a través de las expresiones (0.49) y (0.50).

Tabla 0.1: Constantes C y m para flujos por el exterior de cilindros

R_{eD}	C	m
0,4 - 4	0,989	0,33
4-40	0,911	0,385
40 - 4000	0,683	0,466
4000 - 40 000	0,193	0,618
40 000 – 400 000	0,027	0,805

Fuente: Incropera et al. (2007).

Como el enfriador rota a baja velocidad se considera que transmite movimiento al agua que está en contacto con su superficie y arrastra consigo una película de agua que cubre la superficie no sumergida del cilindro, además se asume que el agua en contacto con la superficie tiene una velocidad igual a la de rotación del enfriador, lo cual está en correspondencia con la convección en flujo de Couette [19] , donde el fluido se mueve en una sola dirección en flujo paralelo e involucra planos estacionarios y en movimiento. Tales consideraciones permiten expresar el número de Reynolds en función de la velocidad de rotación del enfriador a través de las ecuaciones (0.49) y (0.50).

$$R_{eDa} = \pi \cdot n \cdot \rho_{aa} \cdot r_e^2 \cdot (15 \cdot \mu_{aa})^{-1} \quad (0.49)$$

$$R_{eDp} = \pi \cdot n \cdot \rho_{ap} \cdot r_e^2 \cdot (15 \cdot \mu_{ap})^{-1} \quad (0.50)$$

Donde:

ρ_{aa} - Densidad del agua a la temperatura en la piscina; kg/m³

ρ_{ap} - Densidad del agua a la temperatura en la pared no sumergida; kg/m³

μ_{aa} - Coeficiente dinámico de viscosidad del agua a la temperatura en la piscina; kg/(s · m)

μ_{ap} - Coeficiente dinámico de viscosidad del agua a la temperatura en la pared no sumergida; kg/(s · m)

Para calcular el coeficiente de transferencia de calor por ebullición α_{ebull} (ecuación (0.51)), se considera que esta ocurre en la zona de ebullición nucleada, debido a la diferencia entre la temperatura de la pared y la temperatura de saturación del agua a la presión de trabajo. Para valores de la temperatura de la pared superiores a los 378,15 K y menores que 403,15 K ($5 \leq \Delta T_e \leq 30$) [19].

$$\alpha_{ebull} = \mu_a \cdot h_{fg} \cdot \left[\frac{g \cdot (\rho_a - \rho_{va})}{\sigma_s} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{C_{pa} \cdot (T_p - T_{sat})}{C_{s,f} \cdot h_{fg} \cdot Pr_a^n} \right)^3 \cdot (T_p - T_{sat})^{-1} \quad (0.51)$$

Donde:

h_{fg} - Calor latente de vaporización; J/kg

T_{sat} - Temperatura de saturación del agua a 101,325 kPa; 273,15 K

ρ_{va} - Densidad del vapor de agua; kg/m³

σ_s - Tensión superficial; N/m

$C_{s,f}$ y n - Constantes adimensionales que están preestablecidas de acuerdo con la combinación (superficie-fluido) existente, los posibles valores a

tomar por estas se seleccionan en la tabla 4.2.

Tabla 0.2: Valores de $C_{s,f}$ y n para varias combinaciones Superficie-Fluido.

Agua-Acero inoxidable	$C_{s,f}$	n
Grabado químicamente	0,0130	1,0
Pulido mecánicamente	0,0130	1,0
Molido y pulido	0,0060	1,0

Fuente: Incropera et al. (2007).

4.3.11. Caracterización del término y del parámetro de transferencia del agua al aire

La transferencia de calor del agua al aire ocurre por convección y evaporación. Donde la energía exigida para la evaporación proviene de la energía interior del líquido que entonces trae consigo reducciones en la temperatura del mismo. El flujo de calor transmitido por evaporación del agua al aire se determina a través de la ecuación (0.52).

$$q_{evp.}(x) = q''_{evp.p} \cdot A_{ap} + q''_{evp.pnsa} \cdot S_{pnsa} \tag{0.52}$$

Las ecuaciones (0.53) y (0.54) permiten determinar las pérdidas de calor por evaporación desde la superficie del agua en la piscina $q''_{evp.p}$ y desde la película de agua $q''_{evp.pnsa}$ que cubre la pared no sumergida en el agua hacia el aire [19].

$$q''_{evp.a} = n''_{A.a} \cdot h_{fg.a} \tag{0.53}$$

$$q''_{evp.p} = n''_{A.p} \cdot h_{fg.p} \tag{0.54}$$

Donde:

$q''_{evp.a}$ - Flujo de calor por evaporación del agua en la piscina; W/m²

$q''_{evp.p}$ - Flujo de calor por evaporación del agua en la pared no sumergida; W/m²

$n''_{A.a}$ - Flujo de masa por evaporación del agua en la piscina; $\text{kg}/(\text{s} \cdot \text{m}^2)$

$n''_{A.p}$ - Flujo de masa por evaporación del agua en la pared no sumergida; $\text{kg}/(\text{s} \cdot \text{m}^2)$

$h_{fg,a}$ - Calor latente de vaporización del agua a la temperatura en la piscina; J/kg

$h_{fg,p}$ - Calor latente de vaporización del agua a la temperatura en la pared no sumergida; J/kg

Los flujos de masa de agua en la piscina $n''_{A.p}$ y en la pared $n''_{A.pnsa}$ se determinan según las ecuaciones (0.55) y (0.56) [19].

$$n''_{A.a} = h_m (\rho_{A,sat,a} - \rho_{A,aire}) \quad (0.55)$$

$$n''_{A.p} = h_m (\rho_{A,sat,p} - \rho_{A,aire}) \quad (0.56)$$

Donde:

$h_{m,a}$ - Coeficiente de transferencia de masa por convección en la piscina; m/s

$h_{m,p}$ - Coeficiente de transferencia de masa por convección en la pared no sumergida; m/s

$\rho_{A,sat,a}$ - Densidad del vapor de agua saturado a la temperatura del agua; kg/m^3

$\rho_{A,sat,p}$ - Densidad del vapor de agua saturado a la temperatura en la pared no sumergida; kg/m^3

$\rho_{A,aire}$ - Densidad del vapor de agua saturado a la temperatura del aire; kg/m^3

El coeficiente de transferencia de masa se determina a través de la ecuación (0.57).

$$h_m = Sh \cdot D_{AB} \cdot L_{aire}^{-1} \quad (0.57)$$

Donde:

L_{aire} - Longitud de la superficie de agua en contacto con el aire; m

El número de Sherwood es igual al gradiente de concentración adimensional de la superficie, proporciona una medida de la transferencia de masa por convección de la superficie y se determina a través de la ecuación (0.58), válida para $0,6 < S_C < 3000$ [19].

$$Sh = 0,0296 \cdot Re_L^{\frac{4}{3}} \cdot S_C^{\frac{1}{3}} \quad (0.58)$$

Donde:

Re_L - Número de Reynolds; adimensional

La longitud de la superficie de agua en contacto con el aire L_{aire} (ecuación (0.59)), se refiere al ancho de la piscina a_p menos la cuerda del segmento sumergido en el agua a_a , más el arco de la superficie del cilindro no sumergido en el agua S_{psa} (figura 4.3), que también está cubierto por una película de agua e intercambia calor con el cilindro y con el medio, es la zona de mayor evaporación donde el agua alcanza su mayor temperatura.

$$L_{aire} = L_{ap} + S_{psa} \quad (0.59)$$

La longitud de la superficie del agua en la piscina L_{ap} en contacto con el aire, se estima a través de la ecuación (0.60).

$$L_{ap} = a_p - a_a \quad (0.60)$$

Donde:

L_{ap} - Longitud del ancho de la piscina en contacto con el aire; m

El número de Reynolds para el aire se determina a través de la ecuación (0.61).

$$Re_L = u_{aire} \cdot L_{aire} \cdot \nu_{aire}^{-1} \quad (0.61)$$

Donde:

u_{aire} - Velocidad del aire; m/s

ν_{aire} - Coeficiente cinemático de viscosidad del aire; m/s²

Para determinar el número de Schmidt se emplea la ecuación (0.62).

$$S_C = \nu_{aire} \cdot D_{AB}^{-1} \quad (0.62)$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección del agua al aire α_{aire} , se obtiene según la ecuación (0.63).

$$\alpha_{aire} = \lambda_{aire} \cdot \left(0,43 \cdot Re_L^{0,58} \cdot Pr^{0,4} \right) \cdot L_{aire}^{-1} \quad (0.63)$$

Entonces el coeficiente de transferencia de calor a través del agua por unidad de longitud al medio se determina por la ecuación (0.64).

$$K_3 = \alpha_{aire} \cdot L_{aire} \quad (0.64)$$

4.3.12. Modelo generalizado de la transferencia de calor en el enfriador

A partir de un análisis crítico del modelo descrito en el epígrafe 0 y de las ecuaciones propuestas para determinar los coeficiente K_1 , K_2 , K_3 y el calor de evaporación $q_{evp.}$, se observa que en el sistema de ecuaciones (0.7), (0.8) y (0.10) no se integra de manera explícita la relación que existe entre los parámetros esenciales del proceso C_{pa} , C_{pm} , $\dot{m}_m$, $\dot{m}_a$, $T_m(0)$ y $T_a(30)$ mencionados en el epígrafe 0 y cuyos correspondientes cometidos se explican en el epígrafe 0.

Las ecuaciones diferenciales (0.7) y (0.8) expresan respectivamente las relaciones numéricas entre los términos de cada ecuación. Sin perder la esencia de estos modelos y con el objetivo de ganar mayor ajuste explícito del modelo a los parámetros de operación del sistema, las ecuaciones (0.7) y (0.8) pueden sustituirse respectivamente por las expresiones (0.65) y (0.66) que junto con la ecuación (0.10) y las condiciones (0.9) describirán en lo que sigue el modelo generalizado que en la presente investigación describa las relaciones entre T_m , T_p y T_a .

$$c_{pm} \cdot n\mathcal{L}_m \cdot f_m(\varepsilon) \cdot \frac{dT_m(x)}{dx} = [-K_1 \cdot T_m(x) + K_1 \cdot T_p(x)] \quad (0.65)$$

$$c_{pa} \cdot n\mathcal{L}_a \cdot f_a(\varepsilon) \cdot \frac{dT_a}{dx} = [-T_a(x) \cdot (K_2 + K_3) + K_2 \cdot T_p(x) + K_3 \cdot T_{aire}(x) - q_{evp}(x)] \quad (0.66)$$

Donde ε es un factor adimensional descrito por la expresión (0.67).

$$\varepsilon = \frac{n\mathcal{L}_m \cdot C_{pm} \cdot T_{m(0)}}{n\mathcal{L}_a \cdot C_{pa} \cdot T_{a(30)}} \quad (0.67)$$

Las funciones $f_m(\varepsilon)$ y $f_a(\varepsilon)$ pueden ser entendidas como parámetros del sistema de ecuaciones o funciones de operación y tal como se verá en el epígrafe 0 se ajustan a partir de los valores experimentales disponibles.

El modelo dinámico del proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido quedó conformado por las expresiones (0.1), (0.3) y (0.4) y las condiciones iniciales y de frontera (0.6). El modelo estacionario del proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido quedó conformado por las expresiones (0.7), (0.8), (0.10) y las condiciones (0.9). El modelo generalizado del proceso de enfriamiento que describe las relaciones entre T_m , T_p y T_a , quedó conformado por las expresiones (0.65), (0.66) y (0.10), las condiciones (0.9) y las funciones de operación $f_m(\varepsilon)$ y $f_a(\varepsilon)$.

Se establecen las ecuaciones de enlace (0.41), (0.45), (0.46), (0.52) y (0.64) para estimar los coeficientes variables de transferencia de calor por unidad de longitud K_1 , K_2 , q_{evp} y K_3 , que caracterizan el modelo dinámico, estacionario y generalizado del proceso de enfriamiento.

4.4. CASO DE ESTUDIO

Implementación del modelo matemático para el proceso de enfriamiento del mineral

A partir de las teorías, las ecuaciones, los procedimientos y los modelos descritos, que permiten la estimación de los coeficientes y las áreas de transferencia de calor por unidad de longitud (mineral – pared; pared – agua y agua – aire), corresponde comprobar que realmente las respuestas del modelo teórico propuesto se aproximan lo suficiente al comportamiento del proceso real de trabajo para igual régimen de operación. Conocidas las

ecuaciones involucradas en la evolución de las variables que caracterizan el proceso de enfriamiento, se implementan las mismas en una aplicación informática. Por lo que se propone: validar el modelo matemático teórico a partir de la información experimental para un caso de estudio representativo del proceso de enfriamiento del mineral; implementar una aplicación informática para la validación del modelo, la simulación del proceso y el cálculo de los parámetros racionales de operación; realizar la simulación de la distribución de la temperatura del mineral, de la pared del cilindro y del agua en la piscina con respeto a la longitud del cilindro para diferentes regímenes de operación; obtener los parámetros de explotación para diferentes regímenes de operación.

4.4.1. Información experimental para el ajuste y validación del modelo

Selección de las variables que influyen en el proceso de enfriamiento

Para la selección de las variables a manipular durante los experimentos se tuvieron en cuenta las características del proceso tecnológico que se desarrolla en el objeto de investigación y el control que se ejerce sobre él.

Flujo de mineral

Los hornos de reducción deben trabajar a una capacidad nominal de 21 t/h, por tanto cuando los enfriadores operan con valores inferiores a las 37 t/h es a causa de mantenimientos o averías. Por lo general la variación del flujo de mineral se debe a operaciones de arrancadas o paradas del horno.

El flujo de mineral se identifica como una variable independiente que se puede manipular y evaluar su efecto en la temperatura del mineral a la salida del enfriador.

Flujo de agua que entra a la piscina

Esta variable es manipulada con el objetivo de garantizar la flotación del cilindro y una temperatura no menor de 70 °C en el agua a la salida de la piscina.

El flujo de agua que entra a la piscina se identifica como una variable independiente que se puede manipular y evaluar su efecto en la temperatura del mineral a la salida del enfriador.

Temperatura del mineral a la entrada

Esta variable depende del perfil térmico de operación de los hornos que

se mantiene en un valor fijo y se determina en el hogar 15 (a la salida del horno de reducción), no obstante, experimenta ciertas variaciones debido a las perturbaciones propias del proceso industrial y aunque es una variable independiente no será considerada como una variable a manipular. Para la validación del modelo es necesario estimar la temperatura del mineral a la entrada del enfriador, para lo cual se realiza un balance de masa y energía que tiene en cuenta el flujo y la temperatura del mineral a la descarga de cada horno.

Para estimar el flujo de mineral laterítico reducido se afecta el flujo de mineral que entra al horno por un coeficiente de corrección que considera las pérdidas durante la calcinación, la reducción del mineral (reciclo: 3 % ; humedad: 4,5 % ; petróleo: 2,5 % ; derrames: 1 %) y la precisión de las balanzas, el cual toma un valor aproximado, igual a 0,88.

Temperatura del mineral a la salida del enfriador

Aunque la temperatura del mineral a la descarga del enfriador es la variable de salida, se debe destacar que en ella inciden un grupo de parámetros que no se registran en el proceso productivo, como son: la cantidad de agua que se evapora; la temperatura y humedad del medio ambiente y la velocidad del aire. Todas esas variables mencionadas son recogidas en el modelo fenomenológico propuesto.

La temperatura del mineral a la descarga del enfriador se identifica como variable dependiente, debido a que caracteriza la eficiencia del proceso de enfriamiento.

Temperatura del agua a la entrada de la piscina

Esta variable depende de las condiciones climatológicas de la región, ya que el agua se suministra a la piscina a temperatura ambiente, por lo que es considerada una variable independiente y no será considerada a manipular.

Velocidad de rotación del cilindro

Para esta variable se escoge un solo nivel (0,97 rad/s) a causa de la condición de trabajo continuo de los enfriadores y la dirección de la Unidad Básica de Producción Planta Hornos de Reducción no permite que se manipule, ya que un cambio en el régimen de operación puede traer consecuencias negativas en cuanto a la calidad y eficacia del proceso de enfriamiento.

Análisis de las perturbaciones

A los efectos de la presente investigación se consideran perturbaciones las siguientes variables: la presión de trabajo en el interior del enfriador, la temperatura ambiente y la humedad relativa.

Para el monitoreo de las variables meteorológicas se empleó el equipo Davis EZ-Mount Groweather el cual cuenta con un sistema de adquisición de datos, conformado por un conjunto básico de sensores que garantizan la medición, el registro y el almacenamiento de las variables en una computadora cada una hora. Las variables meteorológicas que se emplearon en esta investigación son: la temperatura de bulbo seco, la humedad relativa, la dirección y velocidad del aire, las cuales por tener un comportamiento aleatorio no pueden ser prefijadas para la experimentación, no obstante, sus valores reales fueron considerados en el momento en que se realizó la simulación del proceso con ayuda de la aplicación informática creada.

La región donde se encuentra el enfriador presenta un clima tropical, con una temperatura media anual de 300,15 K , que en verano fluctúa entre 303,15 y 305,15 K con máximas que oscilan entre 307,15 y 309,15 K y en invierno varía entre 287,15 y 299,15 K con mínimas alrededor de los 285,15 K . La humedad relativa media anual para las 7:30 horas es de 85 a 90 % y para las 13:00 horas está entre 70 y 75 % . El régimen eólico refleja la ocurrencia mayoritaria de los vientos alisios reforzados por las brisas marinas y contrarrestados por el terral. Los vientos soplan sobre la zona oriental procedentes del NE en los meses de octubre-enero; del ENE, durante febrero-mayo; y del este, en junio-septiembre. La velocidad promedio de la brisa es en general de 1,4 a 4,1 m/s .

A partir del análisis realizado se definen como variables de entrada:

Flujo másico de mineral a la entrada del enfriador

Flujo de agua de enfriamiento

Como variable de salida o dependiente:

Temperatura del mineral a la salida del enfriador

4.4.2. Diseño del proceso de medición

Aunque para realizar una investigación científica se pueden utilizar diversos tipos de diseños de experimentos, existen dos procedimientos fundamentales de recolección del material estadístico inicial, para la

obtención y validación posterior del modelo matemático. Para el desarrollo de esta investigación se propone la conjugación del experimento activo y pasivo.

4.4.3. Experimento activo

En consideración de los recursos disponibles y la necesidad de demostrar la validez del modelo teórico propuesto en el capítulo 2, se realizó el experimento activo, el cual consistió en un diseño factorial completo, basado en las posibles combinaciones entre las variables de estudio y los niveles escogidos. Se estudiaron dos factores: flujo de mineral con dos niveles y flujo de agua con tres niveles, para cada experimento se hicieron cinco réplicas de forma aleatoria, para un total de 30 pruebas ($2^1 \cdot 3^1 \cdot 5 = 30$) , según la matriz de experimentos que se muestra en la tabla 4.3, además de las variables mencionadas se registraron los valores de la temperatura de la pared en la superficie del cilindro y del agua de enfriamiento, a ambos lados y en toda la longitud del enfriador. Para la validación del modelo se encontraron los valores promedios de la temperatura del agua y de la pared en ambos lados, luego se determinó el promedio de las cinco réplicas a la temperatura del mineral, de la pared y del agua, utilizados para la validación del modelo.

Tabla 0.1 Matriz de experimento.

Número	$\dot{m}_m$ (t/h)	$\dot{m}_a$ (m ³ /h)	Cinco muestras y el valor promedio					
			T_{m1} (K)	T_{m2} (K)	T_{m3} (K)	T_{m4} (K)	T_{m5} (K)	T_{mp} (K)
1	$\dot{m}_1$	$\dot{m}_{a1}$	T_{m11}	T_{m21}	T_{m31}	T_{m41}	T_{m51}	T_{mp1}
2	$\dot{m}_1$	$\dot{m}_{a2}$	T_{m12}	T_{m212}	T_{m312}	T_{m412}	T_{m512}	T_{mp12}
3	$\dot{m}_1$	$\dot{m}_{a3}$	T_{m113}	T_{m213}	T_{m313}	T_{m413}	T_{m513}	T_{mp13}
4	$\dot{m}_2$	$\dot{m}_{a1}$	T_{m121}	T_{m221}	T_{m321}	T_{m421}	T_{m521}	T_{mp21}
5	$\dot{m}_2$	$\dot{m}_{a2}$	T_{m122}	T_{m222}	T_{m322}	T_{m422}	T_{m522}	T_{mp22}
6	$\dot{m}_2$	$\dot{m}_{a3}$	T_{m123}	T_{m223}	T_{m323}	T_{m423}	T_{m523}	T_{mp23}
Total de observaciones experimentales realizadas = 30								

La metodología utilizada durante la realización de los experimentos es la siguiente:

1. Se calibraron los instrumentos utilizados para medir los valores de las variables que intervienen en el proceso.
2. Se comprobó la conexión de los instrumentos empleados al sistema de adquisición de datos de la empresa para el registro y monitoreo de las variables, a través del Software de visualización CitectSCADA del grupo Schneider Electric, en lo adelante CITECT.
3. Se procedió a fijar un flujo de mineral constante, según el diseño de experimentos sin dejar de tener en cuenta el perfil térmico del horno. Se esperó y observó durante 35 a 40 minutos (tiempo de retención del mineral en el horno), se registró la hora y la fecha del momento en que el sistema se estabilizaba para las nuevas condiciones.
4. Se procedió a establecer el flujo de agua, se registró la hora y la fecha, se esperó mientras se observaba en el sistema de adquisición de datos de la empresa (CITECT) hasta que la temperatura del mineral a la descarga se mantuviera estable.
5. Se procedió a realizar mediciones de la temperatura de la pared exterior del cilindro en ambos lados (este y oeste) de la instalación.

Experimento pasivo

Debido al régimen de producción ininterrumpido en que se encuentra el objeto de estudio es necesario aplicar un experimento pasivo, donde se observa el diapasón de variación de las variables controladas e identifican la interrelación entre las variables independientes y sus efectos en la variable dependiente ya que surge el peligro de ruptura del régimen tecnológico y de obtención de una producción defectuosa. De manera que el experimento pasivo es necesario planificarlo y organizarlo correctamente.

Instalación experimental

Para realizar los experimentos se seleccionó el enfriador de la Línea 5, Loza 2, del cual se visualizan, grafican y controlan aquellos parámetros de interés para el proceso metalúrgico, además cuenta con un sistema de control de nivel que mantiene el cilindro en posición alineada con el transportador helicoidal rotatorio y así se evitan averías en esa línea. Además, es el único donde se registra y controla la variable flujo de agua.

El sistema de control se realiza a través de la medición de cada uno de estos parámetros por el equipo correspondiente, luego se envía la señal a la computadora donde se registra la información y se muestra la interrelación

entre los parámetros antes mencionados.

4.4.4. Análisis estadístico de las variables del proceso de enfriamiento

A través del sistema de adquisición de datos de la empresa (CITECT), se obtuvo el comportamiento de seis meses para algunas variables que serán consideradas en la validación del modelo propuesto en el capítulo 2. El análisis estadístico descriptivo de dichas variables proporcionó información acerca de la tendencia central y dispersión de las variables que caracterizan el proceso, tabla 3.2. A partir del diseño del proceso de medición expuesto en el epígrafe 0 y con ayuda de la instalación experimental que se describe en el epígrafe 0 se realizarán los experimentos para la validación del modelo.

Tabla 0.2: Análisis estadístico descriptivo de una data de seis meses.

	Flujo		Temperatura (K)		
	mineral (t/h)	agua (m³/h)	entra mineral	agua	sale mineral
Media	33,21	18,12	1036,15	353,80	483,84
Error típico	0,02	0,05	0,15	0,03	0,22
Mediana	33,80	16,09	1037,27	355,44	478,34
Moda	33,60	8,37	1044,12	357,64	471,83
Desviación estándar	3,37	11,00	32,72	6,22	47,82
Varianza de la muestra	11,39	120,95	1070,33	38,66	2286,96
Curtosis	18,74	16,50	110,95	2,18	2,99
Coefficiente de asimetría	-4,03	3,24	-7,36	-1,11	1,06
Rango	27,20	92,76	845,53	48,47	353,60
Mínimo	10,60	7,24	392,23	318,63	362,71
Máximo	37,80	100,00	1237,77	367,09	716,31
Cuenta	47616,00	47616,00	47616,00	47616,00	47616,00
Nivel de confianza (95 %)	0,03	0,10	0,29	0,06	0,43

La tabla 4.4 muestra que el flujo de mineral máximo que entró a los hornos, en el período analizado, correspondió a 37,8 t/h, conociendo que cada horno puede operar a una capacidad máxima de 22 t/h, para una productividad por enfriador cercana a las 44 t/h, donde se justifica que los hornos deben trabajar siempre a su capacidad nominal.

El valor medio de la temperatura del mineral a la descarga del enfriador

es de 483,84 K y la moda de 471,83 K, comportamiento que describe el régimen de operación real del proceso. Al igual que para el flujo de mineral los valores mínimos corresponden a situaciones de arrancadas, paradas y averías del proceso en los hornos o en los enfriadores, tabla 3.2.

4.4.5. Modelo para estimar la temperatura del agua en $X=0$

Para la solución del modelo matemático es necesario conocer las condiciones iniciales y de frontera, definidas en $x = 0$, para el caso de estudio el proceso de transferencia de calor ocurre a contraflujo y es por ello que se conoce la temperatura del agua a la salida del enfriador ($x = L_c = 30$ m). Con el objetivo de obtener la temperatura del agua en $x = 0$ para cualquier régimen de operación de la instalación se realizó un ajuste de mínimo cuadrado a partir de los datos experimentales obtenidos donde se incluye el factor adimensional ε descrito por la expresión (0.67).

El modelo obtenido para la estimación de la temperatura del agua en $x = 0$ se muestra en la ecuación (0.68) con un coeficiente de correlación de 0,99.

$$T_{a(x=0)} = \varepsilon \cdot (15,997407 + 0,011042286 \cdot \varepsilon)^{-1} \quad (0.68)$$

Donde:

$T_{a(x=0)}$ - Temperatura del agua en $x = 0$; °C

4.4.6. Modelo para ajustar las ecuaciones diferenciales

En el epígrafe 0 quedó establecido el modelo físico-matemático que describe el comportamiento de las temperaturas del mineral, la pared y el agua en el objeto de estudio mediante las ecuaciones (0.65), (0.66) y (0.10) así como las condiciones (0.9). En la ecuación (0.65) aparece la función $f_m(\varepsilon)$ y en la ecuación (0.66) la función $f_a(\varepsilon)$. La determinación de estas funciones puede realizarse a partir de los datos experimentales obtenidos y mediante el método de ajuste mínimo cuadrado.

El procedimiento empleado es el siguiente:

1. Se tienen 105 combinaciones de los valores de las variables independientes: T_m , T_a , $T_m(0)$ y $T_a(30)$ que constituyen vectores $(T_m, T_a, T_m(0), T_a(30))$. Para cada uno de estos vectores se midieron

cinco réplicas de los valores de $T_m(30)$ y $T_{p1}(30)$; y se calcularon los valores promedio de estas réplicas: $T_{m1}(30)$ y $T_{p1}(30)$. También se calculó para cada vector el valor $T_{a1}(0)$ mediante la expresión (0.68). Los valores de C_{pa} se determinan a partir de las temperaturas $T_a(30)$ y los valores C_{pm} a partir de las temperaturas $T_m(0)$.

2. El sistema de ecuaciones del modelo físico-matemático descrito en el epígrafe 0 se resuelve para cada vector $(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}_a, T_m(0), T_a(30))$ tomando diferentes valores numéricos positivos de f_m y f_a . Para cada vector se escogen los valores de f_m y f_a donde los resultados del cálculo de $T_{m2}(30)$ y $T_{p2}(30)$ y $T_{a2}(0)$ sean más cercanos a sus correspondientes valores $T_{m1}(30)$, $T_{p1}(30)$ y $T_{a1}(0)$.
3. Para cada uno de los 105 vectores de valores $(C_{pa}, C_{pm}, \mathbf{r}_m, \mathbf{r}_a, T_m(0), T_a(30))$ se genera el valor ε mediante la expresión (0.67) y se obtienen los dos conjuntos de 105 pares de valores (ε, f_m) y (ε, f_a) .
4. Mediante el Método de los Mínimos Cuadrados, a partir del conjunto de pares (ε, f_m) se obtiene la función $f_m = f_m(\varepsilon)$ y a partir del conjunto de pares (ε, f_a) se obtiene la función $f_a = f_a(\varepsilon)$.

De los datos experimentales se obtiene la función $f_m(\varepsilon)$ descrita por la expresión (0.69), la cual se sustituye en la ecuación diferencial (0.65) para la temperatura del mineral.

$$f_m(\varepsilon) = \varepsilon \cdot (-425,63786 + 1,371593 \cdot \varepsilon - 0,000016018 \cdot \varepsilon^2)^{-1} \quad (0.69)$$

Análogamente, a partir de los datos experimentales se obtiene la función $f_a(\varepsilon)$ descrita por la expresión (0.70) la cual se sustituye en la ecuación diferencial (0.66) para la temperatura del agua.

$$f_a(\varepsilon) = -0,0751245 + 0,00101265 \cdot \varepsilon \quad (0.70)$$

4.4.7. Implementación de los modelos matemáticos en una aplicación informática

Con la finalidad de manejar de forma práctica y obtener en un tiempo razonable los resultados de las ecuaciones planteadas, a partir de las propiedades de los materiales y las sustancias (mineral, acero, agua, aire) involucradas en el proceso para un amplio rango de temperaturas, integrados en un modelo de parámetros distribuidos que describe el comportamiento de la temperatura del mineral laterítico reducido, de la pared del cilindro y del agua de enfriamiento, resuelto como un sistema de ecuaciones a través del Método de Runge Kutta 4to Orden, fue creada la aplicación informática “Enfriador del Horno de Reducción ECECG” que permite la validación y la simulación de los principales parámetros que caracterizan el objeto de estudio. La misma consta de cinco ventanas, ellas son: “Relación Radio-Área-Ángulo”; “Relación Flujo-Volumen-Velocidades”; “Piscina y Superficie del Tanque”; “Transferencia de Calor y Parámetros Racionales de Operación”.

Cabe destacar que para aplicar el Método de Runge – Kutta se determinó el paso de trabajo de este método, de modo que el error quedara acotado por el valor 0,1 K. Asimismo, durante la programación se tuvo en cuenta el chequeo de la estabilidad del sistema de ecuaciones y del método de solución, cosa que hasta la actualidad no ha sido detectada.

4.4.8. Validación del modelo matemático para el proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido a escala industrial

Para validar el modelo propuesto se comparan los resultados experimentales obtenidos de la temperatura del mineral laterítico reducido a la descarga del enfriador, con los teóricos obtenidos a través del modelo propuesto en el epígrafe 0 para iguales condiciones de trabajo. Luego se calculan los errores relativos puntuales y promedios entre los resultados experimentales y los teóricos, se tiene como criterio de aceptación que el error relativo promedio sea inferior al 10 %. Para el cálculo de los errores se emplean las ecuaciones (0.71) y (0.72).

$$E = \left| \left(T_{mp.Exp.} - T_{mp.Teo.} \right) \cdot T_{mp.Exp.}^{-1} \right| \cdot 100 \quad (0.71)$$

$$E_p = \sum_{d=1}^{N_d} E \cdot N_d^{-1} \quad (0.72)$$

Donde:

E : Error relativo puntual entre los valores experimentales y los teóricos de temperatura; %

$T_{mp,Exp.}$: Valor promedio de la temperatura del mineral obtenido de forma experimental; K

$T_{mp,Teo.}$: Valor promedio de la temperatura del mineral obtenido de forma teórica; K

E_p : Error relativo promedio entre los valores experimentales y los teóricos de temperatura; %

N_d : Número de determinaciones; adimensional.

4.4.9. Validación del modelo a través del experimento activo

Los errores relativos puntuales debido a la diferencia entre la temperatura real de operación del mineral laterítico reducido y la pronosticada por el modelo son inferiores al 5 % y el error relativo promedio total es de 2,37 %. Estos resultados confirman la validez del modelo propuesto para predecir el valor de la temperatura del mineral a la salida del enfriador, según se muestra en la figura 4.5.

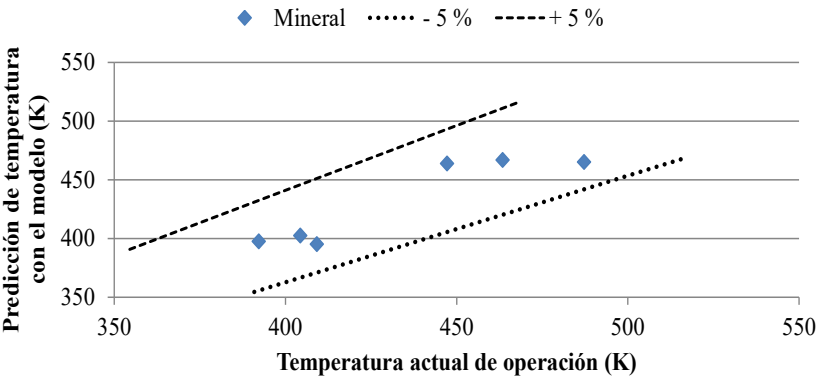


Figura 0.1. Comportamiento del error promedio para la temperatura del mineral laterítico reducido; experimento activo.

A través del modelo propuesto se predice el valor de la temperatura de

la pared del cilindro en la descarga del enfriador ($x = 30$) con un error promedio del 1,26 %. Mientras que los errores relativos puntuales debido a la diferencia entre la temperatura real de la pared del enfriador y la pronosticada por el modelo son inferiores al 4 %, según se muestra en la figura 4.6.

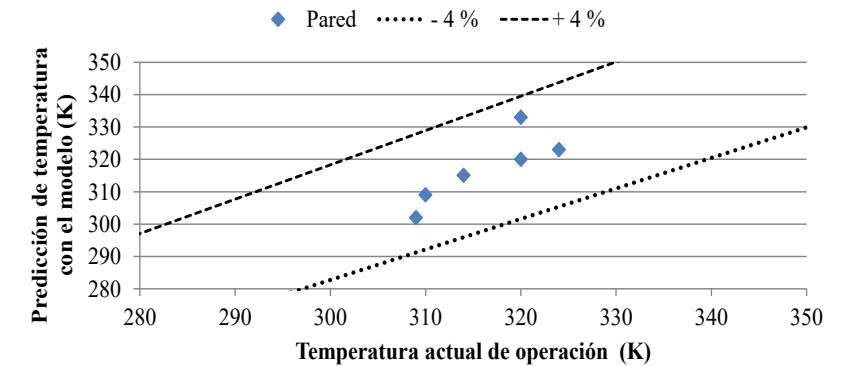


Figura 0.2. Comportamiento del error promedio para la temperatura de la pared; experimento activo.

A través del modelo propuesto se predice el valor de la temperatura del agua en la piscina en la zona de descarga del enfriador ($x = 30$) con un error promedio del 1,68 %. Mientras que los errores relativos puntuales debido a la diferencia entre la temperatura real del agua en la piscina y la pronosticada por el modelo son inferiores al 4 %, según se muestra en la figura 4.7.

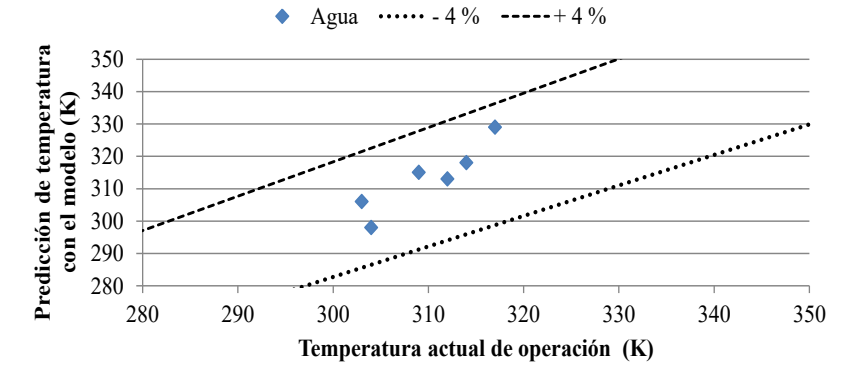


Figura 0.3. Comportamiento del error promedio para la temperatura del agua; experimento activo.

4.4.10. Validación del modelo a través del experimento pasivo

Con el objetivo de dar más credibilidad al modelo propuesto se realizaron una serie de mediciones adicionales para abarcar un mayor rango de operación del equipo (experimento pasivo, epígrafe 0). Se observa que el modelo predice la temperatura del mineral a la salida del enfriador con un error relativo puntual inferior al 6 % y un error relativo promedio del 2,3 %. Por lo que se confirma una vez más la capacidad predictiva del modelo (ver figura 4.8) y se da cumplimiento al objetivo de la investigación.

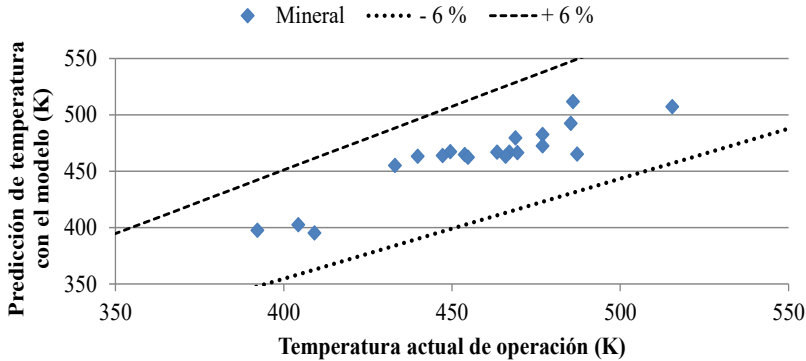


Figura 0.4. Comportamiento del error promedio para la temperatura del mineral; experimento pasivo.

A través del modelo propuesto se predice el valor de la temperatura de la pared del cilindro en la descarga del enfriador ($x = 30$) con un error promedio de 0,94 %.

Mientras que los errores relativos puntuales debido a la diferencia entre la temperatura real de la pared del enfriador y la pronosticada por el modelo son inferiores al 3 %, según se muestra en la figura 4.9.

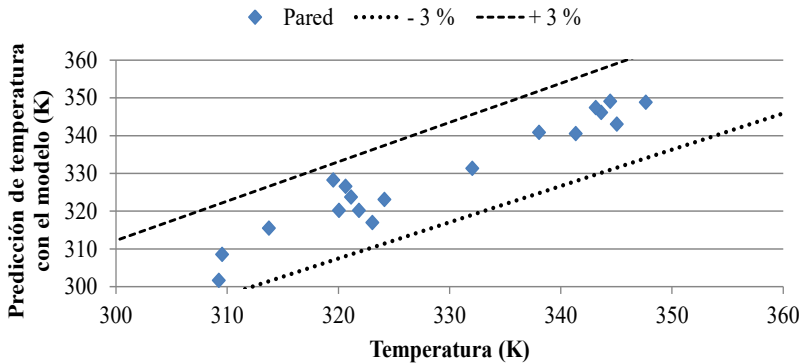


Figura 0.5. Comportamiento del error promedio para la temperatura de la pared; experimento pasivo.

A través del modelo propuesto se predice el valor de la temperatura del agua en la piscina en la zona de descarga del enfriador ($x = 30$) con un error promedio del 1,2 %. Mientras que los errores relativos puntuales debido a la diferencia entre la temperatura real del agua en la piscina y la pronosticada por el modelo son inferiores al 4 %, según se muestra en la figura 4.10.

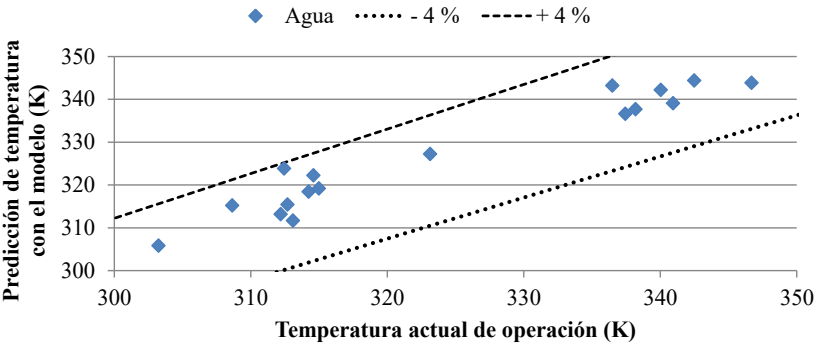


Figura 0.6. Comportamiento del error promedio para la temperatura del agua, experimento pasivo.

La figura 4.11 demuestra la validez del modelo propuesto para predecir el comportamiento de la distribución de la temperatura de la pared del cilindro y del agua en la piscina, para flujos de mineral y de agua, de 20 t/h y 100 m³/h respectivamente.

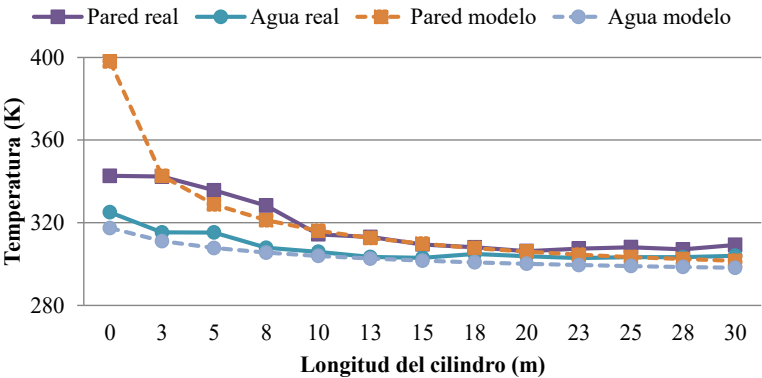


Figura 0.7. Distribución de la temperatura de la pared del cilindro y del agua en la piscina.

El error relativo promedio total a causa de la diferencia entre la temperatura real de la pared y la pronosticada por el modelo es de 1,2 %. El error relativo puntual es inferior al 9 % y alcanza su mayor valor en $x = 0$ de 8,9 %. Esta diferencia se atribuye al error que se introduce durante la medición de la temperatura de la pared en $x = 0$, ya que la misma está cubierta por una fina película de agua que se evapora a presión atmosférica, lo que impide que se alcancen temperaturas superiores a los 273 K.

Los errores relativos puntuales debido a la diferencia entre la temperatura real del agua en la piscina y la pronosticada por el modelo son inferiores al 1,2 % y el error relativo promedio total es de 0,7 %.

4.4.11. Aplicación práctica del modelo matemático establecido

La aplicación práctica del modelo matemático con base fenomenológica propuesto y validado en el desarrollo de esta investigación, radica en la posibilidad de pronosticar el comportamiento de la temperatura del mineral laterítico reducido a la salida del enfriador cilíndrico horizontal rotatorio, bajo diferentes regímenes de operación, con la finalidad de garantizar una temperatura del mineral en los tanques de contactos que garantice el menor consumo de agua, el índice de extractable y el desarrollo eficiente del proceso de lixiviación, contribuyendo de esta manera al ahorro de portadores energéticos.

4.4.12. Aplicación del procedimiento establecido al Enfriador

En este epígrafe se calculan los principales parámetros que caracterizan el proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido a escala industrial. En los siguientes sub-epígrafes se exponen los resultados obtenidos con su correspondiente análisis.

Cálculo del coeficiente de llenado

El coeficiente de llenado es la variable que define el área transferencia de calor entre el mineral y la pared del cilindro, así como, la altura de la cama de mineral, relacionada con el flujo y el tiempo de retención de mineral en el interior del cilindro (ecuación (4.19) y (0.28)). A través de la aplicación informática “Enfriador del Horno de Reducción ECECG” y las opciones que brindan las ventanas “Relación Radio-Área-Ángulo” y “Relación Flujo-Volumen-Velocidades”, se demostró que para un tiempo de retención de 50 minutos y flujo de mineral entre 20 y 34 t/h el coeficiente de llenado toma valores entre 8 y 15 %, que es el rango establecido para las condiciones estándar de operación (figura 4.12). Estos valores obtenidos

se tomarán como referencia para la simulación del proceso.

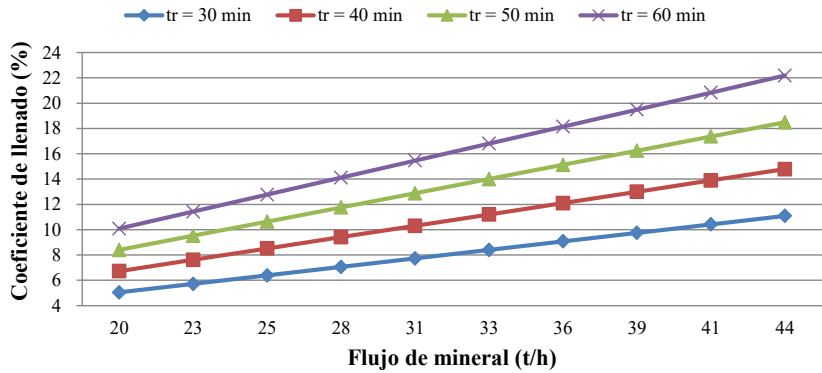


Figura 0.8. Comportamiento del coeficiente de llenado para diferentes flujos de mineral y tiempos de retención.

Además, se demostró a través de la figura 4.13 que al estimar la temperatura del mineral laterítico reducido a la salida del enfriador para tiempo de retención entre 30 y 50 minutos, se incurre en un error de entre 0,73 y 0,80 % para flujos de agua de 10 y 100 m³/h respectivamente.

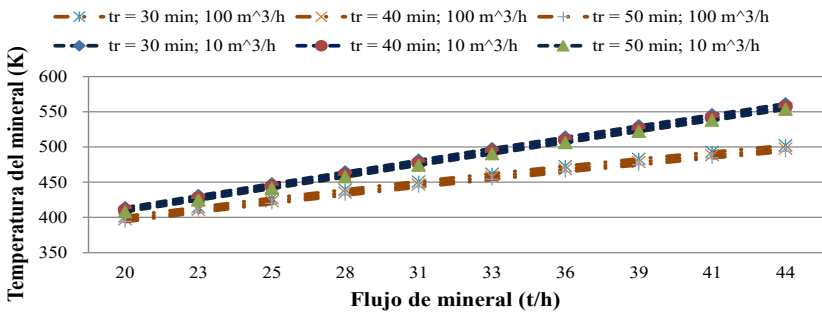


Figura 0.9. Comportamiento de la temperatura del mineral vs flujo de mineral y tiempo de retención.

Un incremento del coeficiente de llenado trae aparejado un aumento del área de transferencia de calor de contacto entre el mineral y la pared, lo cual es beneficioso para el proceso, pero también incrementa la altura de la cama de mineral y dificulta de esta manera la transferencia de calor a través de este (sólido granulado), debido principalmente a su bajo coeficiente

de conductividad térmica, entre 0,11 a 0,17 W/(m·K) para temperaturas entre 338,15 y 973,15 K respectivamente.

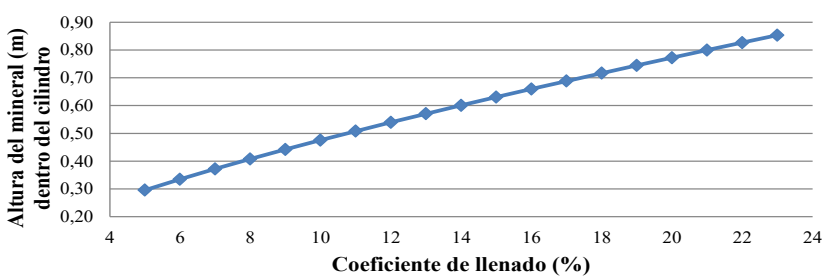


Figura 0.10. Comportamiento de la altura del mineral con respecto al coeficiente de llenado.

Por lo que se recomienda trabajar con un coeficiente de llenado del 15 % para garantizar que la altura de la cama de mineral reducido sea menor de 0,65 m (figura 4.14), facilitar la renovación de la capa de mineral fría en contacto con la pared por otra cercana más caliente y garantizar un mejor mezclado.

4.4.13. Cálculo de los coeficientes de transferencia de calor por unidad de longitud

A partir de los resultados obtenidos en el epígrafe 0 y con ayuda del procedimiento descrito en el epígrafe 0, se calculan los coeficientes de transferencia de calor por unidad de longitud del mineral a la pared, de la pared al agua y del agua al aire, su distribución se muestra en la figura 4.15, para una velocidad de rotación de 0,97 rad/s, con flujo de mineral y de agua de 34 t/h y 35 m³/h, respectivamente. Se debe destacar que la transferencia de calor de contacto entre la pared y la cama de mineral es el modo dominante y que la causa de que el coeficiente pared-agua alcance valores más altos se debe a que está afectado por un área de transferencia de calor mucho mayor que la que existe entre el mineral y la pared interior del cilindro.

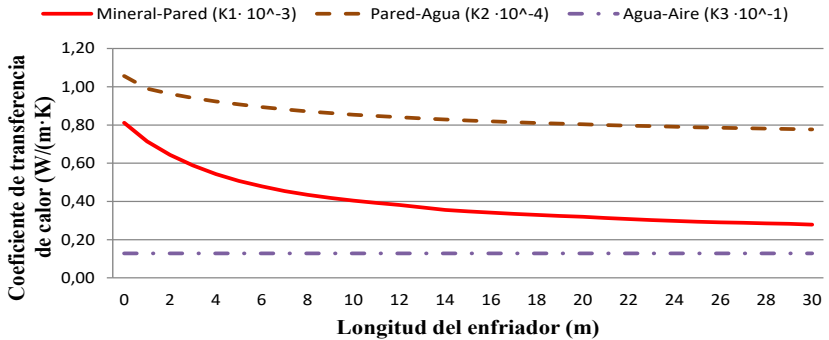


Figura 0.11. Distribución de los coeficientes de transferencia de calor por unidad de longitud.

Como el aire se comporta como un depósito térmico su temperatura permanece constante al igual que el coeficiente de transferencia de calor por unidad de longitud agua-aire K_3 que depende de las propiedades termo-físicas del aire y de su velocidad (figura 4.15).

4.4.14. Cálculo del coeficiente de transferencia de calor del mineral-Pared

El coeficiente de transferencia de calor por unidad de longitud del mineral a la pared K_l se calcula a través de la ecuación (0.41) según el procedimiento descrito en el epígrafe 0 y depende de las propiedades termo físicas del mineral, del tiempo de retención y del flujo de mineral.

La figura 4.16 muestra que a mayor flujo de mineral (F_m) y velocidad de rotación del cilindro (n) K_l incrementa su valor. Como el tiempo de retención (50 min) se mantiene constante, aumentan el coeficiente de llenado y la altura de la cama de mineral, factores que inciden negativamente en el proceso de mezcla y de transferencia de calor a través del mineral debido a su baja conductividad térmica. El flujo de agua se mantuvo constante (30 m³/h).

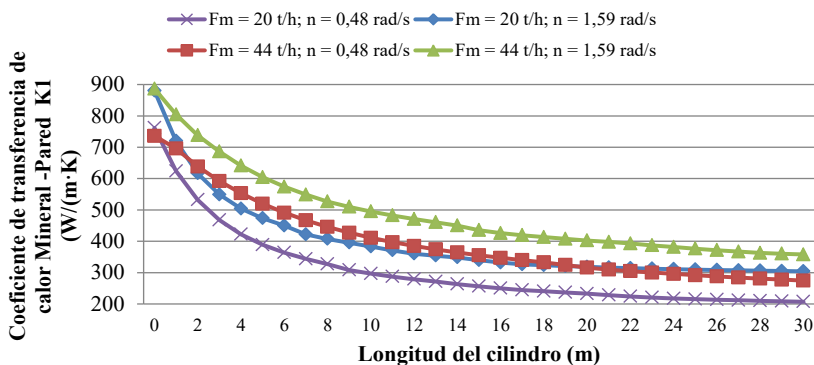


Figura 0.12. Comportamiento del coeficiente de transferencia de calor Mineral-Pared

4.4.15. Cálculo del coeficiente de transferencia de calor pared-agua

El coeficiente de transferencia de calor por unidad de longitud pared-agua se ve afectado principalmente por la velocidad de rotación del cilindro, que define el valor del número de Reynolds y este al número de Nusselt.

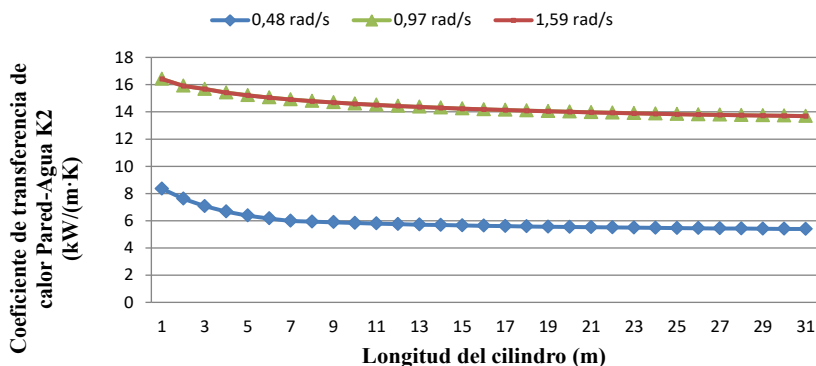


Figura 0.13. Comportamiento del coeficiente de transferencia de calor pared-agua

La figura 4.17 muestra que para velocidades de rotación mayor de 0,97 rad /s el incremento de la transferencia de calor es insignificante y se requiere de un estudio científico para evaluar si es factible operar a velocidades de rotación por encima de 1,59 rad/s. Para establecer el comportamiento de la figura 4.17 se consideraron constantes, el tiempo de retención (50 min), el flujo de agua (30 m³/h) y de mineral (40 t/h).

4.4.16. Simulación del proceso de enfriamiento

Conocida la relación entre las variables que caracterizan el coeficiente de llenado y los coeficientes de transferencia de calor por unidad de longitud mineral-pared, pared-agua y agua-aire, se simuló el proceso de enfriamiento con la aplicación informática “Enfriador del Hornos de Reducción ECECG” y las opciones que brinda la ventana “Transferencia de Calor”, se obtuvieron los resultados que se muestran en la figura 4.18. Donde se aprecia que el mineral experimenta una disminución de temperatura en 500 K aproximadamente, que resulta muy significativo con la pequeña variación (menos de 60 K) que experimentan la pared del cilindro y el agua de enfriamiento.

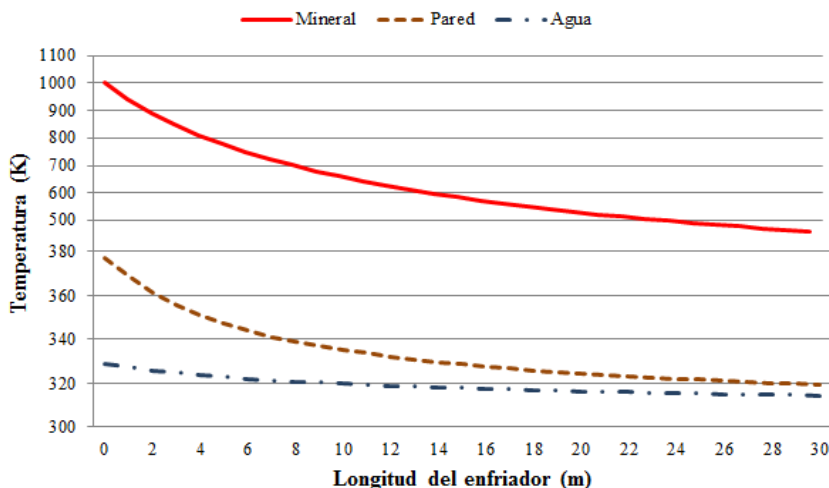


Figura 0.14. Simulación del proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido.

La figura 4.19 demuestra que el flujo de mineral es la variable de mayor efecto en la temperatura del mineral y que para flujos de mineral de 44 t/h la temperatura del mineral a la salida del enfriador siempre estará por encima de los 473,15 K .

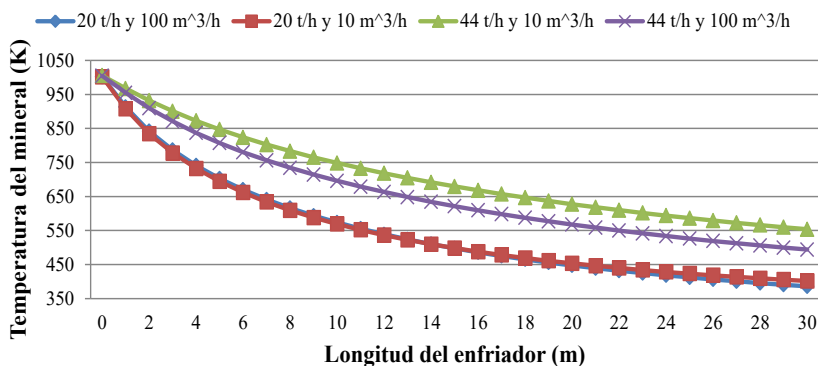


Figura 0.15. Simulación del proceso de enfriamiento para diferentes flujos de mineral y de agua.

La simulación del proceso de enfriamiento revela que para las dimensiones del enfriador y el régimen de operación actual solo se pueden alcanzar temperaturas del mineral a la descarga cercana a 423,15 K, como lo exige el esquema tecnológico Caron, para un flujo de mineral reducido igual a 26 t/h (aproximadamente 30 t/h mineral oxidado que entra a los hornos). Otros factores que influyen en este comportamiento son los analizados en el epígrafe 3.4.

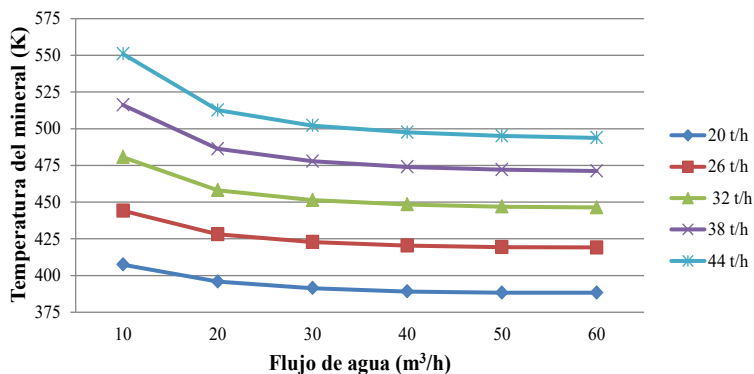


Figura 0.16. Simulación del proceso de enfriamiento de mineral para diferentes flujos de agua.

A través de la simulación del proceso se demostró que para flujos de agua superiores a los 30 m³/h la temperatura del mineral a la descarga permanece constante, para diferentes flujos de mineral (figura 4.20).

La simulación del proceso de enfriamiento demuestra que el incremento de la velocidad de rotación desde 0,97 rad/s hasta 1,59 rad/s garantiza una disminución de la temperatura del mineral a la descarga del enfriador en 21 K como promedio y su descenso hasta 0,48 rad/s provoca el aumento de la temperatura del mineral en 30 K como promedio, para un tiempo de retención constante de 50 minutos (figura 4.21).

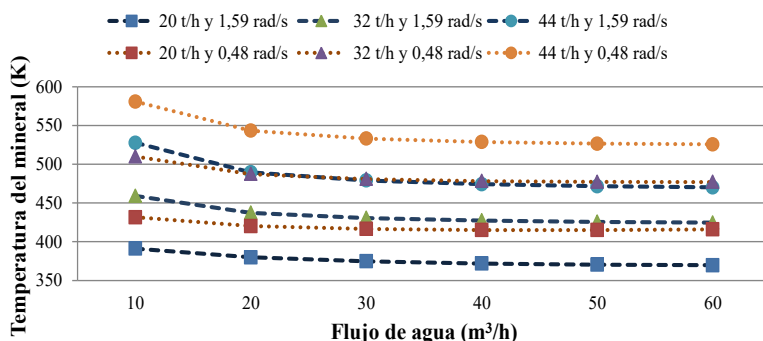


Figura 0.17. Comportamiento de la temperatura del mineral a la salida del enfriador con respecto al flujo de agua y diferentes flujos de mineral y velocidades de rotación.

Otro aspecto a señalar está relacionado con la geometría del enfriador ya que, en vez de incrementar su longitud, debieron incrementar su diámetro para lograr mayor área de transferencia de calor, mayor capacidad de flotación, mayor área de contacto del mineral con la pared interior del cilindro y menor altura de la cama de mineral.

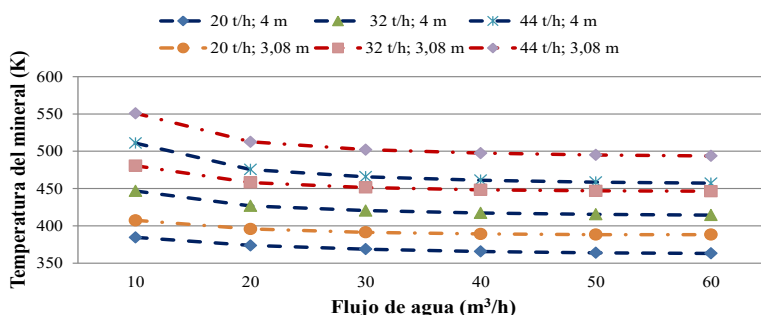


Figura 0.18. Comportamiento de la temperatura del mineral a la salida del enfriador con respecto al flujo de agua y diferentes flujos de mineral para un cilindro de 4 m de diámetro.

Quedó demostrado a través de la simulación del proceso de enfriamiento en un enfriador con un diámetro de 4 m que se logra disminuir la temperatura del mineral hasta 423,15 K para un flujo de mineral de 32 t/h (aproximadamente 36,5 t/h mineral oxidado que entra a los hornos), figura 4.22.

El modelo que permite estimar la temperatura del agua en $x = 0$ quedó conformado por la expresión (0.68) el cual se obtuvo a través de un ajuste de mínimo cuadrado a partir de los datos experimentales obtenidos, donde se incluye el factor adimensional ε .

Se estableció el procedimiento para la obtención de las funciones de operación $f_m(\varepsilon)$ y $f_a(\varepsilon)$ descritas a través de las expresiones (0.69) y (0.70).

La implementación del modelo matemático en la aplicación informática, desarrollada por el autor de este trabajo, permitió determinar la temperatura teórica del mineral a la salida del enfriador, la cual se comparó con los resultados experimentales del proceso de enfriamiento a escala industrial y con ello se confirmó la capacidad predictiva del modelo, donde los errores relativos puntuales son inferiores al 6 % y el error relativo promedio es de 2,3 %.

El modelo físico-matemático generalizado con base fenomenológica propuesto caracteriza el proceso de transferencia de calor en los enfriadores, es capaz de predecir los valores de la temperatura del mineral a la salida del enfriador con una precisión de un 97 %, con un error relativo promedio total de 2,3 %.

La aplicación informática permitió la validación del modelo para cualquier condición de operación, el establecimiento de las relaciones existentes entre las variables que caracterizan el objeto de estudio, la simulación del proceso de enfriamiento y la determinación de los valores de los parámetros que garantizan el régimen racional de operación del proceso.

Se demostró que al estimar la temperatura del mineral a la salida del enfriador con velocidad de rotación constante (0,97 rad/s), flujos de agua de 10 y 100 m³/h y tiempos de retención entre 30 y 50 minutos, se incurre en un error entre 0,7 y 0,8 %. Para un tiempo de retención de 50 minutos y flujos de mineral entre 20 y 34 t/h, se garantiza un coeficiente de llenado menor del 15 % y una altura de la cama menor de 0,65 m.

Se demostró que el flujo de mineral es la variable de mayor efecto en la temperatura del mineral a la descarga, que para valores entre 26 y 44 t/h, la temperatura oscilará entre 423,15 y 473,15 K respectivamente; para flujos de agua superiores a 30 m³/h, la temperatura del mineral a la descarga tiende a ser constante; la velocidad de rotación tiene un efecto positivo en el coeficiente de transferencia de calor e inversamente proporcional a la temperatura del mineral en la descarga y para un flujo de mineral de 32 t/h, 50 minutos de tiempo de retención y un enfriador de cuatro metros de diámetro, se logra disminuir la temperatura del mineral hasta 423,15 K .

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] F. D. Baker, «Ore Cooler», 14 de diciembre de 1909
- [2] D. A. Nield y A. Bejan, *Convection In Porous Media*, 4.a, ilustrada ed. Springer London, 1992.
- [3] I. Figueroa, W. L. Vargas, y J. J. McCarthy, «Mixing and heat conduction in rotating tumblers», *Chem. Eng. Sci.*, vol. 65, n.o 2, pp. 1045-1054, 2010, doi: 10.1016/j.ces.2009.09.058.
- [4] F. Herz, I. Mitov, E. Specht, y R. Stanev, «Experimental study of the contact heat transfer coefficient between the covered wall and solid bed in rotary drums», *Chem. Eng. Sci.*, vol. 82, n.o 0, pp. 312-318, 2012, doi: 10.1016/j.ces.2012.07.042.
- [5] C.-C. Cho, C.-L. Chen, y C.-K. Chen, «Mixing enhancement in crisscross micromixer using aperiodic electrokinetic perturbing flows», *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 55, n.o 11-12, pp. 2926-2933, 2012, doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.02.006.
- [6] M. A. R. Valle, *Numerical Modeling of Granular Flows in Rotary Kilns*. Delft: Delft University of Technology, 2012.
- [7] B. Chaudhuri, F. J. Muzzio, y M. S. Tomassone, «Experimentally validated computations of heat transfer in granular materials in rotary calciners», *Powder Technol.*, vol. 198, n.o 1, pp. 6-15, 2010, doi: 10.1016/j.powtec.2009.09.024.
- [8] K. Cronin, M. Catak, J. Bour, A. Collins, y J. Smee, «Stochastic modelling of particle motion along a rotary drum», *Powder Technol.*, vol. 213, n.o 1-3, pp. 79-91, 2011, doi: 10.1016/j.powtec.2011.07.009.
- [9] L. M. Grajales, N. M. Xavier, J. P. Henrique, y J. C. Thoméo, «Mixing and motion of rice particles in a rotating drum», *Powder Technol.*, vol. 222, n.o 0, pp. 167-175, 2012, doi: 10.1016/j.powtec.2012.02.028.
- [10] X. Zhuang, A. K. Didwania, y J. D. Goddard, «Simulation of the quasi-static mechanics and scalar transport properties of ideal granular assemblages», *J Comp Phys*, vol. 121, pp. 331-346, 1995.
- [11] Y. L. Ding, R. N. Forster, J. P. K. Seville, y D. J. Parker, «Scaling relationships for rotating drums», *Chem. Eng. Sci.*, vol. 56, n.o 12, pp. 3737-3750, 2001, doi: 10.1016/s0009-2509(01)00092-6.

- [12] F. Di Natale y R. Nigro, «A critical comparison between local heat and mass transfer coefficients of horizontal cylinders immersed in bubbling fluidised beds», *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 55, n.o 25-26, pp. 8178-8183, 2012, doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.08.002.
- [13] F. Herz, I. Mitov, E. Specht, y R. Stanev, «Influence of operational parameters and material properties on the contact heat transfer in rotary kilns», *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 55, n.o 25-26, pp. 7941-7948, 2012, doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.08.022.
- [14] J. Oostra, J. Tramper, y A. Rinzema, «Model-based bioreactor selection for large-scale solid-state cultivation of *Coniothyrium minitans* spores on oats», *Enzyme Microb Technol*, vol. 27, pp. 652-663, 2000.
- [15] V. Sriram y P. S. T. Sai, «Transient Response of Granular Bed Motion in Rotary Kiln», *Can J Chem Eng*, vol. 77, n.o 3, pp. 597-601, 1999.
- [16] R. Ernst, «Wärmeübertragung an Wärmetauschern im moving bed», *Chem. Eng. Technol.*, vol. 32, n.o 1, pp. 17-22, 1960.
- [17] M. M. Valle, P. M. García, G. D. Rabell, y M. Y. Morales, «Evaluación de los enfriadores de mineral de la empresa Cmdte. “Ernesto Che Guevara” de Moa. Parte 1», *Tecnol. Quím.*, vol. 20, n.o 1, pp. 70-77, 2000.
- [18] M. M. Valle, P. M. García, G. D. Rabell, y M. Y. Morales, «Evaluación de los enfriadores de mineral de la empresa Cmdte. “Ernesto Che Guevara” de Moa. Parte 2», *Tecnol. Quím.*, vol. 20, n.o 2, pp. 10-15, 2000.
- [19] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman, y A. S. Lavine, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 6th, 2007.

CAPÍTULO 5. MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROCESO DE SECADO DE MINERAL LATERÍTICO EN SECADORES ROTATORIOS

Ing. Carlos Zalazar Oliva, Dr. C.

Universidad de Moa , Holguín, Cuba

czalazar@ismm.edu.cu

5.1. INTRODUCCIÓN

El níquel es un elemento fundamental en la industria moderna, en particular en la producción de acero inoxidable que consume cerca del 65 % de la producción de este mineral. Actualmente, más del 51 % de la obtención del níquel se obtiene a partir de la laterita [1] la cual representa el 80 % del total de las reservas a nivel global.

Las menas lateríticas niquelíferas están asociadas con los óxidos de hierro y silicatos, como sustitución isomorfa del hierro y el magnesio en la red cristalográfica. Las mismas no son fáciles de procesar por métodos físicos debido a su compleja mineralogía. Por tales razones el tratamiento de este material se realiza comúnmente por métodos pirometalúrgicos e hidrometalúrgicos. Con los procesos pirometalúrgicos, como la lixiviación del carbonato amoniacal (CARON), se modifica la mineralogía original de la mena para luego separar los óxidos de níquel de los otros minerales presentes en las menas.

En la tecnología CARON la producción de níquel se realiza a partir de cinco operaciones fundamentales: minería, secado, tostación, fusión y refinado. El secado es una de las principales operaciones que se realizan en el tratamiento de las menas lateríticas para la obtención del níquel. El objetivo del mismo es reducir la concentración de humedad presente en las menas extraídas de las minas a cielo abierto hasta valores que permitan su trituración y reducción. Usualmente este proceso se lleva a cabo en hornos cilíndricos horizontales rotatorios denominados como secadores rotatorios. Los mismos se caracterizan por trabajar con una amplia gama de materiales húmedos, alta capacidad de producción, bajo costo de inversión y de mantenimiento. Sin embargo, tienen un alto costo de operación debido a su baja eficiencia térmica (25 y 60 %) [2]. Según estudios realizados en industrias minero metalúrgicas cubanas se determinó que cerca de 20 % del total de la energía empleada para la producción de este mineral se consumen en el secado de las menas lateríticas.

Por tales motivos se han realizado numerosas investigaciones alrededor de los secadores en las industrias minero metalúrgicas con la finalidad de incrementar la producción y la eficiencia energética. Los estudios teóricos desarrollados se enfocan en la evaluación del proceso mediante balances de masa y energía; el análisis de las pérdidas de calor y su influencia en el consumo de combustible; el comportamiento del arrastre de partículas finas en los gases y el uso de la cogeneración para el incremento de la eficiencia y la reducción del consumo de combustible.

Aunque en los trabajos consultados se abordan aspectos significativos sobre el proceso de secado de las menas lateríticas en secadores rotatorios, en ninguno se determinan las condiciones racionales de operación que garanticen mayor eficiencia energética, ni han considerado la modelación matemática como una herramienta efectiva para la racionalización de dicho proceso.

En correspondencia con lo antes expuesto en el presente capítulo se establece un modelo físico-matemático basado en las leyes de la transferencia de calor y masa que describa el proceso de secado de mineral laterítico en secadores rotativos mediante el cual se determinen las condiciones de operación donde el proceso sea eficaz y energéticamente eficiente.

El modelo está compuesto por un sistema de seis ecuaciones diferenciales; una ecuación ordinaria con parámetros propios del objeto de la investigación. Además, emplean correlaciones obtenidas de forma experimental que caracterizan la constante cinética de secado, el calor específico y la conductividad térmica del mineral laterítico para las condiciones nominales de operación de secadores rotatorios.

Para la solución del sistema de ecuaciones se implementó el método numérico de Runge Kutta 4to Orden en una aplicación informática en el *software Matlab* que simular el proceso de secado. Finalmente, mediante la simulación y el empleo de un método de búsqueda exhaustiva, se determinaron los parámetros de operación del objeto de estudio que son los que garantizan la humedad requerida del mineral a la descarga del secador con el menor consumo de combustible y la mayor eficiencia térmica, es decir, los parámetros racionales del proceso.

5.2. MARCO TEÓRICO Y ESTADO DEL ARTE DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN SECADORES ROTATORIOS

La modelación matemática del proceso de secado en secadores rotatorios

es una operación compleja en la que intervienen múltiples parámetros y variables. Para ello, se requiere del estudio de las teorías generales y los trabajos precedentes que pueden contribuir en el análisis y la solución del problema investigado.

En tal sentido, en el presente epígrafe se sintetizan los aspectos conceptuales y teóricos relacionados con el proceso de secado de sólidos.

5.2.1. Generalidades del secado de sólidos granulados

El secado es una operación básica que consiste en reducir la humedad de un sólido de forma tal que el producto final presenta características diferentes a la inicial. Los métodos conocidos para la realización de esta operación son:

- Por evaporación con ayuda de calor (secado térmico mediante aire caliente, gases producto de la combustión o a través de la radiación solar).
- Mediante procesos físicos-químicos (liofilización, ósmosis, absorción y congelación).
- A través de medios mecánicos (presión, vibración, filtrado y centrifugado).

El secado térmico es el sistema más habitual y utilizado, en este intervienen simultáneamente la transferencia de masa y energía. En él se produce básicamente la transferencia de calor, desde el agente desecante al producto y la transferencia de masa encargada de llevar la humedad del interior del producto hacia la superficie y de la superficie al agente desecante.

En general, los principales objetivos que se persiguen al disminuir la humedad de un producto son.

- Cumplir las exigencias de calidad del producto final.
- Reducir los costos de transporte.
- Conservar un producto durante su almacenamiento (estabilidad microbiológica).
- Pre-procesado para aumentar la capacidad de otros aparatos o instalaciones del proceso (propiedades de fluidez y viscosidad).
- Permitir tratamientos posteriores del producto.

- Aumentar el valor de los subproductos obtenidos.

Teorías básicas del secado de sólidos

La literatura consultada revela que el proceso de secado se divide en dos períodos o etapas: periodo de secado a velocidad constante y periodo de secado a velocidad decreciente. Otros investigadores señalan que cada una de estas se divide en otras etapas [3].

La primera etapa de secado se representa en grafico de la Figura 5.2.1 comprendida desde A hasta B, se denomina calentamiento inicial del sólido [3]. Esta tiene poca duración y en ella la evaporación no es significativa por su intensidad ni por su cantidad. El sólido se calienta desde la temperatura ambiente hasta que alcance el equilibrio entre el enfriamiento por evaporación y la absorción de calor de los gases.

La segunda etapa es el período de secado a velocidad constante que corresponde al tramo de B hasta C, en esta, se evapora la humedad libre del material, predominan las condiciones externas y el sólido tiene un comportamiento no higroscópico. Durante este período la temperatura del sólido se mantiene igual a la del bulbo húmedo del gas, manteniéndose el equilibrio alcanzado al final de la etapa de calentamiento. El periodo de secado de rapidez constante, depende de los coeficientes de transferencia de calor y masa, del área expuesta al medio secante, la geometría de la muestra y de la diferencia de temperatura y humedad entre la corriente del medio secante y la superficie húmeda del sólido [4].

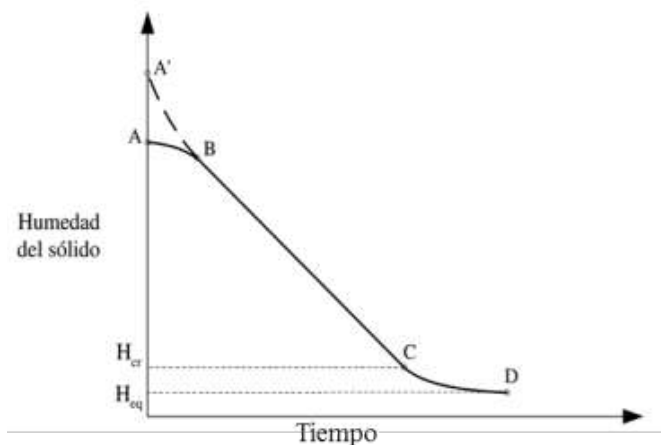


Figura 5.2.1. Etapas de secado.

Cuando se termina la etapa de secado constante, se inicia el llamado período de rapidez decreciente (**C-D**); donde se evapora la humedad ligada al material y predominan las condiciones internas y externas simultáneamente. La temperatura del material sobrepasa la del bulbo húmedo debido al descenso de la velocidad de secado, se rompe el equilibrio térmico que mantiene estable la temperatura y una parte considerable del calor se emplea en el calentamiento del sólido.

Mecanismos y teorías que describen el movimiento de la humedad en los sólidos

- Según Hernández and Quinto [5] el secado en materiales porosos puede ocurrir mediante los mecanismos: Difusión líquida: debido a los gradientes de concentración de humedad.
- Difusión de vapor: debido a los gradientes de presión parcial del vapor.
- Movimiento de líquido: debido a las fuerzas capilares.
- Flujo de líquido o vapor: debido a diferencias en la presión que existe en el interior de los poros y el agente secante.
- Efusión: se presenta cuando el camino libre medio de las moléculas de vapor es del orden del diámetro de los poros.
- Movimiento de líquido: debido a la gravedad.
- Difusión superficial: debido a los gradientes de concentración de humedad y de presión parcial del vapor que se generan en la superficie de secado.

La teoría de Lewis: considera que el movimiento de la humedad durante el secado se debe únicamente al mecanismo de la difusión líquida [6] y se representa mediante la ecuación de Fick (5.1).

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \nabla (K_l \nabla H) \quad (5.1)$$

Siendo ∇ el gradiente, H el contenido de humedad (kg agua/kg seco) y K_l el coeficiente de difusión líquida (m²/s).

La ecuación de Fick se ha resuelto asumiendo el coeficiente de difusión líquida (K_l) como una constante, o linealmente dependiente de la temperatura o la concentración de humedad. No obstante, considerar la difusión líquida como el único mecanismo para el movimiento de

humedad conduce a ciertos errores, dado que, cuando se comparan los valores calculados por esta teoría y los obtenidos experimentalmente, las discrepancias se hacen evidentes, como ha sido demostrado por Fortes and Okos [4].

La Teoría Capilar: se refiere al flujo de un líquido a través de los intersticios y sobre la superficie de un sólido debido a la atracción molecular entre el líquido y el sólido. La ecuación (5.2) describe este fenómeno:

$$J_l = -K_H \nabla \psi = K_H \cdot \rho \nabla H \quad (5.2)$$

Donde J_l es el flujo de líquido [$\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$], K_H la permeabilidad (m^3/m), ψ la potencial capilar (Pa) y ρ la densidad del sólido (kg/m^3).

En la teoría de Condensación-Evaporación: llamada teoría de Henry [7], toma en cuenta la difusión simultánea de calor y masa, y se asume que los poros forman una red de espacios incluidos en el sólido. También se asume que la cantidad de vapor varía en forma lineal con la concentración de vapor y temperatura, tal como se representa por las ecuaciones 5.3 y 5.4.

$$\gamma \frac{\partial H}{\partial t} = K_v \cdot \nabla^2 \cdot H_v - \frac{\partial H_v}{\partial t} \quad (5.3)$$

$$\varepsilon \frac{\partial H}{\partial t} = \lambda \cdot \nabla^2 \cdot T - \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.4)$$

Siendo γ, λ, T y ε , respectivamente, el coeficiente de fracción de humedad en el medio poroso (Adimensional), coeficiente de conductividad térmica del sólido seco [$\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$], temperatura (K) y la emisividad (Adimensional). Además, K_v es el coeficiente de difusión del vapor (m^3/m) y H_v es la concentración de vapor en los poros ($\text{kg}_{\text{agua}}/\text{kgs}_{\text{seco}}$).

Teoría de Likov [8]: en esta teoría se emplea el principio de la termodinámica de los procesos irreversibles. Para el caso de la transferencia interna de calor y masa en cuerpos capilares porosos, considera que los flujos, debido a la difusión de vapor y difusión líquida, están conformados por dos partes: una por el gradiente de concentración de humedad total; otra, por el gradiente de temperatura.

La teoría de Philip y De Vries considera que la humedad se desplaza,

tanto por difusión como por capilaridad [9]. Los investigadores derivaron las ecuaciones que describen la transferencia de calor y masa en materiales porosos bajo los gradientes combinados de temperatura y humedad; extendieron sus modelos para mostrar de forma independiente los efectos de los componentes isotérmicos y térmicos de la transferencia de vapor. La limitación de esta teoría radica en que los modelos matemáticos solo se emplean en el primer periodo de secado, pues en esta etapa se mantiene en el medio poroso una película de humedad continua en el interior de los poros.

Por otro lado, se encuentran los modelos experimentales que constituyen una herramienta útil al simplificar el estudio y permiten determinar de forma simple y precisa el secado de los sólidos. En la Tabla 5.2.1 se exponen algunos de los modelos teóricos experimentales que describen el proceso de secado en los sólidos obtenidos por diferentes autores y recopilados por Carteri, et al. [10].

De los estudios consultados que tratan de caracterizar el comportamiento de la migración de la humedad en minerales lateríticos se encuentran los desarrollados por, Torres, et al. [11], Pickles [12] y Wei, et al. [13]. En estas investigaciones se estudia la influencia de la temperatura en el secado de las menas lateríticas a escala de laboratorio. Para ello se analizan temperaturas entre 44 y 200 °C, valores que están por debajo del régimen de trabajo de los secadores rotatorios estudiados. En estos estudios se exponen el comportamiento de la variación de la humedad en función de la temperatura y el tiempo de secado, pero no se establece una ecuación que determine la constante cinética de secado en función de la temperatura.

Tabla 5.2.1. Modelos experimentales que describen la cinética de secado.

<i>Nombre</i>	Modelo
Newton	$R_H = e^{-k \cdot t}$
Page	$R_H = e^{-k \cdot t^n}$
Page Modificado	$R_H = e^{-(k \cdot t)^n}$
Henderson y Pabis	$R_H = a \cdot e^{-k \cdot t}$
Henderson y Pabis modificada	$R_H = a \cdot e^{-k \cdot t} + b \cdot e^{-g \cdot t} + c \cdot e^{-h \cdot t}$
Logarítmica	$R_H = a \cdot e^{-k \cdot t} + c$
Dos términos	$R_H = a \cdot e^{-k_0 \cdot t} + b \cdot e^{-k_1 \cdot t}$
Dos términos exponencial	$R_H = a \cdot e^{-k \cdot t} + (1 - a) \cdot e^{-k \cdot b \cdot t}$
Wang y Singh	$R_H = 1 + a \cdot t - b t^2$
Diffusion approach	$R_H = a \cdot e^{-k \cdot t} + (1 - a) \cdot e^{-k \cdot b \cdot t}$
Midilli y Kucuk	$R_H = a \cdot e^{-k \cdot t^n} + b \cdot t$

Siendo k , n , c , g , h y b coeficientes de ajuste de los modelos los cuales se determinan a partir de los valores experimentales obtenidos para cada material.

5.2.2. Transferencia de calor en los secadores rotatorios

En los secadores rotatorios de contacto directo, además de la transferencia de masa dada por la evaporación del agua, también ocurren complejos procesos de transferencia de calor. El calor en el interior de un secador rotatorio, se transfiere al sólido por diversas vías y modos tal como se muestra en la Figura 5.2.2. La principal ganancia de calor del sólido es mediante la convección y radiación del gas al sólido que está en suspensión, y del gas a la superficie del sólido que se encuentra depositado en el fondo (1); asimismo el gas también transfiere calor del mismo modo a la pared interior que no está cubierta (2).

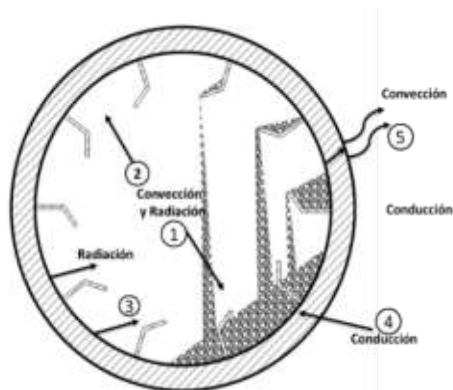


Figura 5.2.2. Procesos de transferencia de calor en el interior del secador.

Una parte del calor absorbido por la pared es transferido al sólido por radiación de la pared expuesta a la superficie del sólido (3), y por conducción en la zona donde se encuentra en contacto (4). Esta última trayectoria de transferencia (4) es parte del ciclo regenerativo de la pared del cilindro al sólido [14]. Por último, una fracción del calor absorbido por el cilindro, que no se transfiere al sólido, se pierde al exterior mediante la conducción de calor de la pared interior a la exterior, y por convección y radiación de la pared exterior al aire y los alrededores (5).

Modelos matemáticos para secado de sólidos en secadores rotatorio

Los primeros trabajos donde se obtiene un modelo matemático estacionario para un secador rotatorio corresponden a Myklestad [15] el cual obtuvo una expresión para pronosticar el contenido de la humedad del producto, basado en la temperatura del aire de secado; el contenido inicial de humedad y la velocidad de alimentación del producto.

Posteriormente Sharples, et al. [16] desarrollaron un modelo para un secador rotatorio de fertilizante, utilizando un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales para describir la transferencia de calor y masa, asumiendo que la transferencia de calor dependía de la velocidad de rotación del secador.

Nonhebel and Moss [17] plantearon un modelo en el cual dividen el secador en tres zonas: precalentamiento, secado constante y secado decreciente. En cada una de estas zonas se aplican de manera independiente las ecuaciones de difusión de la humedad.

Thorpe [18] realizó un análisis similar al de Sharples, et al. [16] en el cual se subdivide el secador en volúmenes elementales y estableció el balance de calor y masa en cada uno de ellos.

Shene, et al. [19] desarrollaron un modelo matemático capaz de predecir la humedad y la temperatura del gas y del sólido a lo largo de un secador directo. El estudio estuvo enfocado a la cinética de secado teniendo en consideración el período decreciente y la difusión de la humedad en el interior del sólido húmedo. Los datos empleados para la validación del modelo fueron tomados en un secador a escala piloto.

Por otro lado, Arruda [20] desarrolló un modelo general para el proceso de secado en un secador rotatorio convencional el cual podría aplicarse a cualquier tipo de material. Este autor encontró un buen ajuste de los resultados simulados con los datos experimentales para un secador de fertilizantes. Silva, et al. [21] afirmaron que el modelo propuesto por Arruda [20] es general y los parámetros de las ecuaciones constituidas se obtuvieron a partir de estudios específicos en el cual no se tenían parámetros ajustables, lo que permite un análisis realista de los resultados del modelo. Además, planteó que es importante analizar la sensibilidad de las respuestas del modelo a la variación de los parámetros en las ecuaciones para identificar posibles debilidades en la predicción del modelo y así mejorarlo. Otros autores como Abbasfard, et al. [22], Lobato, et al. [23], Silva, et al. [21] emplearon exitosamente en sus investigaciones el modelo propuesto por Arruda.

Los estudios sobre simulación dinámica de secadores rotatorios no son tan numerosos como los estacionarios. En estos, las variables del sistema dependen tanto del tiempo como del espacio. Unos de los primeros modelos dinámicos fue el presentado por Reay [24] el cual incluye un modelo para el sólido y otro para la instalación de forma independiente. En este, la velocidad de secado se determina a partir de una función que relaciona la humedad y la temperatura del sólido y del aire. Además, se puso de manifiesto que una de las principales dificultades a la hora de plantear un modelo fiable está en la determinación del coeficiente de transmisión del calor y del tiempo de paso del sólido dentro del cilindro.

Douglas, et al. [25] desarrollaron un modelo dinámico para el secado de azúcar en un secador rotatorio de flujo a contracorriente. El secador se dividió en 10 secciones y se establecieron balances dinámicos de calor y masa en cada sección. La validación se realizó con datos industriales

y luego se estudió el comportamiento dinámico del secador cuando se introdujeron perturbaciones en varias variables de entrada.

Wang, et al. [26] presentaron un modelo de parámetros distribuidos no equilibrado para el proceso de secado rotatorio basado en el modelo de Douglas, et al. [25]. Este modelo consistió en un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales y se utilizaron diferentes métodos matemáticos para predecir la transferencia de calor.

Cao and Langrish [27] desarrollaron un modelo general del sistema para un secador rotatorio a contracorriente. El modelo se basó en balances de calor y masa combinados con dos modelos, uno que describe el transporte de partículas y la transferencia de calor dentro del secador y otro que describe la cinética de secado del material. En este modelo se establecen seis ecuaciones diferenciales parciales para evaluar seis variables de estado: contenido de humedad de sólidos y temperatura del sólido; humedad y temperatura del aire, y la conservación del sólido y del aire en función del tiempo y la longitud del secador rotatorio. El modelo fue validado en un secador rotatorio a contracorriente a escala piloto utilizando sorgo. Durante el análisis se obtuvieron resultados favorables en la comparación de los valores obtenidos de manera experimental y teóricos.

Investigaciones más recientes como Ponce, et al. [28], Goyal and Bushra [29], Souza, et al. [30] y Hugo., et al. [31] , se basan en los modelos existentes haciendo variaciones en las ecuaciones empíricas para la cinética de secado, la estimación del tiempo de retención y el coeficiente volumétrico de transferencia de calor.

5.2.2. Descripción de los secadores rotatorios par el secado de menas lateríticas

Los secadores rotatorios para el secado de mineral son equipos de intercambio de masa energía y de transporte. Los mismos están constituidos por un quemador (1) (Figura 5.2.3) al cual se le suministra el combustible, aire para la atomización y para la combustión. Luego en la cámara de combustión (2), para aumentar el volumen de gases de secado, se le entrega aire de dilución.

Los gases combustionados dentro de las cámaras alcanzan temperatura cercana a los 1 500°C y al ponerse en contacto con el aire de dilución, se enfrían hasta temperaturas próximas a los 700 y los 850 °C

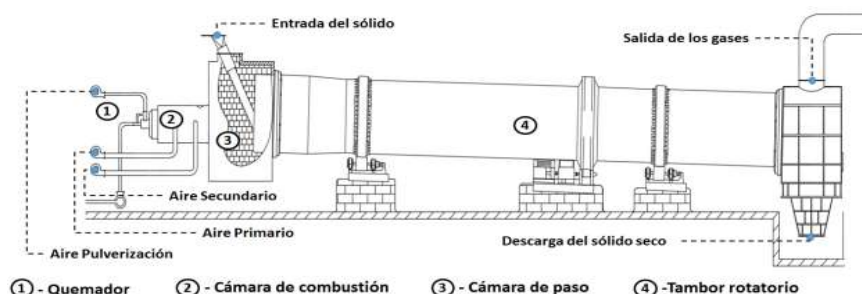


Figura 5.2.3. Esquema básico de secador rotatorio

Las mezclas de gases resultantes pasan por la cámara de paso (3) por donde también son alimentadas las menas lateríticas húmedas al secador. En el tambor secador (4) se produce el secado debido a la acción de los gases calientes sobre las menas que circulan en la misma dirección.

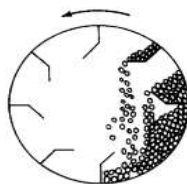


Figura 5.2.4- Esquema de los levantadores del interior del secador.

El tambor rotatorio posee un sistema motriz, acoplado al cuerpo que le permite rotar alrededor de su eje apoyado sobre rodillos. Además, en el interior posee otros elementos llamados levantadores que están soldados al cuerpo del tambor (Figura 5.2.4) los cuales crean una cortina de material húmedo que caen por el efecto de la rotación del tambor y la gravedad, incrementando la transferencia de calor entre el gas caliente y las menas.

5.3. MATERIALES Y MÉTODOS PARA LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROCESO DE SECADO DE LAS MENAS LATERÍTICAS

La modelación matemática es un instrumento de utilidad para el diseño y evaluación de cualquier sistema ya que permite obtener simulaciones a través de métodos numéricos con exactitud y rapidez. Para la conformación de dichos modelos es necesario tener en cuenta las principales variables

que influyen en la dinámica del mismo y en algunos casos despreciar factores secundarios que son prescindibles en el modelo.

Partiendo de los factores que influyen en el proceso y través del balance de energía y masa, en el presente epígrafe se formula un modelo matemático que caracteriza el proceso de secado de las menas lateríticas en los secadores rotatorios estudiados.

5.3.1. Balance de masa y energía para el proceso de secado

Dada las características de los secadores rotatorios de contacto directo y para un mejor análisis se plantea el modelado de toda la instalación como dos modelos interconectados referidos respectivamente a los dos subsistemas tecnológicos de la instalación. El primer subsistema está constituido por el quemador y la cámara de combustión donde se generan los gases calientes que se suministran al secador y el segundo está formado por el cilindro o tambor rotatorio donde ocurre el proceso de secado tal como se muestra en la Figura 5.3.1.

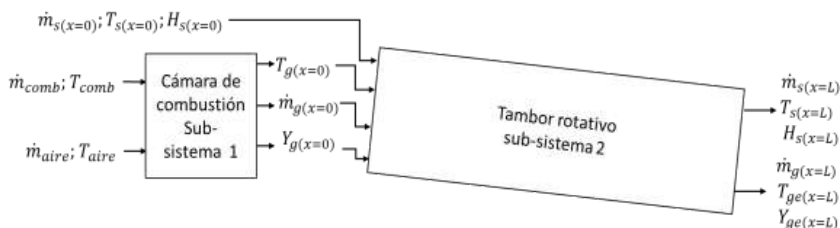


Figura 5.3.1. División del secador en subsistemas independientes.

Balance masa y energía de la combustión en la cámara

El balance de la combustión se basa en la termodinámica de equilibrio, en el cual se analizan las reacciones químicas entre los elementos que componen un combustible al mezclarlo con el aire a cierto valor de presión y temperatura generando nuevos elementos gaseosos y liberando calor durante la reacción. Teniendo en cuenta que la combustión en la cámara se realiza con un exceso de aire, los compuestos resultantes de la combustión son los siguientes CO₂; N₂; H₂O; SO₂ y O₂.

A partir de las suposiciones antes declaradas se establece la ecuación 5.5.

$$\begin{aligned} & x_1 C + x_2 H_2 + x_3 N_2 + x_4 S + x_5 H_2 O + x_6 O_2 + x_7 (O_2 + 3.76 \cdot N_2) \\ & \rightarrow x_8 \cdot CO_2 + x_9 \cdot SO_2 + x_{10} \cdot H_2 O + x_{11} \cdot N_2 + x_{12} \cdot O_2 \end{aligned} \quad (5.5)$$

Los prefijos (x_n) que aparecen en los elementos, son las fracciones molares ($\bar{M}_{xi}$) de cada uno de los elementos que componen el balance (mol/s), los mismos se determinan según la ecuación 5.6 [32]:

$$\bar{M}_{xi} = \frac{\dot{m}_{comb} \cdot \%_i}{Mm_i} \quad (5.6)$$

Donde $\dot{m}_{comb}$ es el flujo de combustible (kg/s), ($\%_i$) es la fracción del elemento del combustible (Adimensional) y Mm_i la masa molecular del elemento i (kg/mol).

Para el cálculo de la cantidad de moles del oxígeno aportado por el aire de la combustión (x_7) se emplea la expresión 5.7 que se plantea a partir de la relación entre la cantidad de oxígeno y nitrógeno presente en el aire (21 % de oxígeno y 79 % de nitrógeno).

$$x_7 = \frac{\dot{m}_{aire} \cdot 0,21}{Mm_{O_2}} \quad (5.7)$$

Siendo $\dot{m}_{aire}$ el flujo de aire suministrado para la combustión (kg/s) y Mm_{O_2} la masa molecular del oxígeno (kg/mol).

El siguiente paso es encontrar la concentración de las especies químicas de los productos de la combustión ($x_8, x_9, \dots, x_{12}$), mediante la solución de un sistema de ecuaciones basado en la conservación de los átomos de los elementos químicos que componen la ecuación 5.5. Calculados estos valores el flujo total de gases generados por la combustión se calcula con la ecuación (5.8).

$$\dot{m}_{gcomb} = x_8 \cdot Mm_{CO_2} + x_9 \cdot Mm_{SO_2} + x_{10} \cdot Mm_{H_2O} + x_{11} \cdot Mm_{N_2} + x_{12} \cdot Mm_{O_2} \quad (5.8)$$

$\dot{m}_{gcomb}$ Flujo másico de los gases producto de la combustión; kg/s

El flujo de gases entregados al tambor se determina con la suma del flujo generado por la combustión más los añadidos para la dilución según se muestra en la ecuación 5.9.

$$\dot{m}_{g(X=0)} = \dot{m}_{gcomb} + \dot{m}_{Aire2} \quad (5.9)$$

Siendo $\dot{m}_{g(X=0)}$ el flujo de gases a la entrada del tambor; kg/s - Flujo de aire de dilución secundario; kg/s

Para la estimación de la temperatura del gas producto de la combustión se plantea la ecuación 5.10 de conservación de energía en la cámara. El procedimiento se realizó de manera análoga a lo fundamentado por Castaño, et al. [33].

$$\dot{m}_{Aire} \cdot Cp_a \cdot T_a + \dot{m}_{comb} \cdot Q_b^f = \dot{m}_{g(x=0)} \cdot Cp_{g(x=0)} \cdot T_{g(x=0)} \quad (5.10)$$

Donde Cp_a , $Cp_{g(x=0)}$ son los calores específicos a presión constante del aire y los gases de la combustión, respectivamente [J/(kg·K)], T_a ; $T_{g(x=0)}$ son las temperaturas del aire y los gases de la combustión, respectivamente (K) y Q_b^f el poder calórico bajo del combustible (J/kg)

La capacidad calorífica del gas se determina a partir de la composición química de los gases generados por la combustión y las leyes de los gases, en las cuales se define que para una mezcla de gases de (i) componentes el calor específico de esa mezcla se determina como la sumatoria de la multiplicación de la fracción másica de cada componente por su calor específico, [32, 34] tal como se muestra en la expresión 5.11.

$$Cp_g = Cp_{g(y_i, T)} = \sum \bar{y}_i \cdot Cp_{i(T_g)} \quad (5.11)$$

Siendo Cp_g y $Cp_{i(T_g)}$ el calor específico de la mezcla de gases y el calor específico del gas (i) a la temperatura de la mezcla respectivamente [J/(kg·K)].

La fracción másica ($\bar{y}_i$) entre la masa (m_i) de un gas (i) de una mezcla de gases y la masa total de la mezcla de gases (m_{mezcla}), también puede estimarse en función de los flujos másicos según se muestra en la ecuación 5.12.

$$\bar{y}_i = \frac{m_i}{m_{mezcla}} = \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}_{mezcla}} \quad (5.12)$$

El calor específico de cada uno de los componentes del gas se calcula en función de la temperatura empleando los polinomios establecidos en la literatura [32].

Para la conductividad térmica de la mezcla de gases emplea la ecuación 5.13.

$$(5.13)$$

λ_g es la conductividad térmica de la mezcla de gases producto de la combustión [W/(m·K)].

Balance de masa y energía en el tambor secador

Para la elaboración del modelo matemático se parte de la división del tambor cilíndrico en un número finito de elementos volumétricos dispuestos en serie, donde cada elemento está limitado longitudinalmente por dos secciones, llamadas sección de entrada y sección de salida (, tal como se ilustra en la Figura 5.3.2.

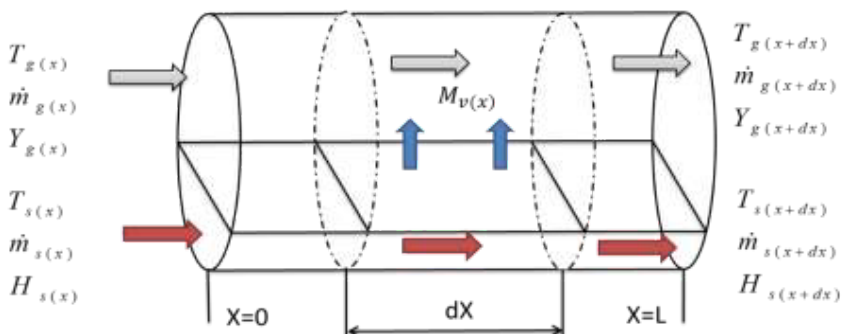


Figura 5.3.2. Volumen de control en el tambor secador.

A cada una de estas secciones se le aplicarán las ecuaciones de balance de energía y de masa con la finalidad de estimar en cada sección el comportamiento de las principales variables que intervienen en el proceso de secado las menas lateríticas (T ; m ; y H).

A partir del balance de masa aplicado a las menas lateríticas y al gas se obtienen las 5.15 y 5.15 en ellas determina la variación del flujo másico en los volúmenes de control diferencial para las menas y el gas.

$$\frac{dm_s}{dx} = -\dot{m}_{v(\Delta x)} \quad (5.14)$$

$$\frac{dm_g}{dx} = \dot{m}_{v(\Delta x)} \quad (5.15)$$

Siendo $\dot{m}_{v(\Delta x)}$ el flujo másico de agua que se evapora (kg/s) en el volumen de control diferencial y determinado por la ecuación siguiente 5.16 [33]:

$$\dot{m}_{v(\Delta x)} = R_s \cdot M_{s(\Delta x)} \quad (5.16)$$

R_s es la velocidad de secado (s^{-1}) y $M_{s(dx)}$ es la masa de las menas lateríticas en el volumen de control (kg) determinada por la ecuación 5.17:

$$M_{s(\Delta x)} = \dot{m}_s \cdot t_{\Delta x} \quad (5.17)$$

$\dot{m}_{s(x)}$ es flujo másico de las menas lateríticas (kg/s) y $t_{\Delta x}$ el tiempo de paso de las menas en el volumen de control; s

Aplicando el balance de masa a la humedad de las menas y del gas en cada uno de los volúmenes de control se obtienen las ecuaciones diferenciales 5.18 y 5.19.

$$\frac{dH_s}{dx} = - \frac{R_s \cdot M_{s(\Delta x)}}{\dot{m}_{s(x)}} \quad (5.18)$$

$$\frac{dY_g}{dx} = \frac{R_s \cdot M_{s(\Delta x)}}{\dot{m}_{g(x)}} \quad (5.19)$$

$H_{s(x)}$ y $Y_{g(x)}$ son las humedades del sólido y el gas a la entrada del volumen de control (kg/kg) respectivamente que dependen es la velocidad de secado, el flujo de gras que pasa por el volumen de control ($\dot{m}_{g(x)}$).

$$R_s = k \cdot (H_{s(x)} - H_e) \quad (5.20)$$

Siendo k la constante cinética de secado del mineral (s^{-1}) que depende de factores como la granulometría del mineral, el tiempo de secado y la temperatura del agente secante.

Para determinar temperatura del agente secante (gases producto de la combustión) se aplica el balance de energía al gas y las menas partiendo de lo descrito en el epígrafe 0 obteniéndose las expresiones 5.21 y 5.22.

$$Q_{s(x)} + [Q_{conv} + Q_{rad}]_{gs} + [Q_{cond} + Q_{rad}]_{ws} = Q_{hfg} + Q_{s(x+\Delta x)} \quad (5.21)$$

$$Q_{g(x)} + Q_{v(H_2O)} = [Q_{conv} + Q_{rad}]_{gs} + [Q_{conv} + Q_{rad}]_{gw} + Q_{g(x+\Delta x)} \quad (5.22)$$

$Q_{g(x)}$; $Q_{g(x+\Delta x)}$ - Flujo de calor del gas en la sección del volumen de control entrada y salida; W

$Q_{s(x)}$; $Q_{s(x+\Delta x)}$ - Flujo de calor de las menas en la sección del volumen de control entrada y salida; W

Q_{conv} - Flujo de calor por convección; W

Q_{rad} - Flujo de calor por radiación; W

Q_{cond} - Flujo de calor por conducción; W

$Q_{v(H_2O)}$ - Calor físico del agua que se evapora; W

Q_{fg} - Calor latente de vaporización del agua; W

Partiendo del balance descrito, considerando que el calor específico de las menas y del gas se determina como una función de la temperatura del gas se obtienen las ecuaciones diferenciales 5.23 y 5.24 estimar la variación de la temperatura del mineral y del gas en cada uno de los volúmenes de control.

$$\frac{dT_s}{dx} = \frac{[K_{1(x)} \cdot (T_{g(x)} - T_{s(x)}) + K_{3(x)} \cdot (T_{w(x)} - T_{s(x)}) - R_s \cdot M_{s(\Delta x)} \cdot H_v]}{\dot{m}_{s(dx)} \cdot Cp_{s(T_s, \Delta x)}} \quad (5.23)$$

$$\frac{dT_g}{dx} = \frac{[-K_{1(x)} \cdot (T_{g(x)} - T_{s(x)}) - K_{2(x)} \cdot (T_{g(x)} - T_{w(x)}) + Cp_v \cdot R_s \cdot M_{s(dx)} \cdot (T_{s(x)} - T_{g(x)})]}{\dot{m}_{g(dx)} \cdot Cp_{g(T_g, dx)}} \quad (5.24)$$

Donde los términos T_g ; T_s ; T_w de la ecuación son las temperaturas del gas, las menas y la pared del cilindro respectivamente (K). Por otro lado, los términos $K_{1(x)}$, $K_{2(x)}$ y $K_{3(x)}$ de las ecuaciones anteriores son los coeficientes longitudinales variables de transferencia de calor del gas al sólido, del gas a la pared, y de la pared a las menas, que incluyen a los coeficientes de transferencia de calor por convección, radiación y conducción antes descritos.

Para determinar la variación de la temperatura de las menas y del gas de las ecuaciones 5.23 y 5.24 es necesario conocer la temperatura de la pared interior T_w que depende directamente de los procesos de transferencia de

calor que ocurren en el interior y del flujo de calor que se pierde por la pared del tambor hacia el exterior. Por lo general, en estas investigaciones se estima la temperatura de la pared interior a partir de la temperatura exterior calculando el flujo de calor transferido del interior hacia el exterior.

En la presente investigación considerando que el espesor de la pared del cilindro es mucho menor que el diámetro y la longitud del secador, que el proceso ocurre en equilibrio termodinámico después de un tiempo de operación, además que no existe acumulación neta de energía dentro de la pared del cilindro por lo que se asume que la temperatura de pared interior es igual a la temperatura de la pared exterior por lo que se establece la ecuación (5.25) de balance entre el exterior y el interior.

$$K_{2(x)} \cdot (T_{g(x)} - T_{w(x)}) - K_{3(x)} \cdot (T_{w(x)} - T_{s(x)}) = K_{4(x)} \cdot (T_{w(x)} - T_a) \quad (5.25)$$

Siendo $K_{4(x)}$ el coeficiente de transferencia de calor por unidad de longitud del exterior W/K

Despejando la temperatura de la ecuación 5.25 se obtiene la expresión 5.26 para determinar la temperatura de la pared.

$$T_{w(x)} = \frac{T_{g(x)} + T_{s(x)} + T_a}{K_{2(x)} + K_{3(x)} + K_{4(x)}} \quad (5.26)$$

5.3.2. Coeficientes de transferencia de calor

El coeficiente superficial de transferencia de calor por unidad de longitud del gas al sólido ($K_{1(x)}$), está dado por la convección y radiación del gas a la superficie de sólido y se determina mediante la ecuación 5.27.

$$K_{1(x)} = \left[0,4 \cdot (G_g)^{0,62} + \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_g^3 \cdot \left[1 + \frac{T_s}{T_g} + \left(\frac{T_s}{T_g} \right)^2 + \left(\frac{T_s}{T_g} \right)^3 \right] \right] \cdot A_{gs} \quad (5.27)$$

La transferencia de calor del gas a la pared interior no cubierta por el sólido se calcula mediante las ecuaciones 5.28, que describen la transmisión de calor por convección y radiación.

$$K_{2(x)} = \left[0,0981 \cdot (G_g)^{0,67} + \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_g^3 \cdot \left[1 + \frac{T_w}{T_g} + \left(\frac{T_w}{T_g} \right)^2 + \left(\frac{T_w}{T_g} \right)^3 \right] \right] \cdot A_{gw} \quad (5.28)$$

El calor transferido de la pared interior del cilindro al sólido ocurre por dos vías, una mediante la conducción del calor por las superficies en contacto de la pared interior con las menas y otra, por la radiación entre la pared descubierta a la superficie de las menas. Por lo tanto, el coeficiente de transferencia de calor por unidad de longitud de la pared al sólido queda establecido según la ecuación 5.29.

$$K_{3(x)} = \left[\left(\frac{\lambda_s}{\sqrt{\pi \cdot a_s \cdot t_c}} \right) \cdot A_{ws_e} + \left(\frac{\sigma \cdot \varepsilon_w \cdot \varepsilon_s \cdot [T_w^4 - T_s^4]}{T_w - T_s} \right) \cdot A_{ws_c} \right] \quad (5.29)$$

Donde λ_s es la conductividad térmica de las menas lateríticas [W/(m·K)], a_s la difusividad térmica; (m²/s), t_c el tiempo de contacto (s) y a_s la difusividad térmica de las menas lateríticas, determinados según las expresiones 5.30 y 5.31.

$$a_s = \frac{\lambda_s}{\rho_s \cdot Cp_s} \quad (5.30)$$

$$t_c = \beta \cdot (2 \cdot \pi \cdot n)^{-1} \quad (5.31)$$

n es la velocidad de rotación del tambor (1/s) y β el ángulo de llenado, (grado)

El coeficiente K_4 determina la transferencia de calor por convección y radiación de la pared al aire y se expresa por la expresión 5.32.

$$K_{4(x)} = (h_{wa_c} + \alpha_{wa_r}) \cdot A_{wext} \quad (5.32)$$

Donde h_{wa_c} es el coeficiente de transferencia de calor por convección de la pared exterior al aire [W/(m²·K)], α_{wa_r} es el coeficiente de transferencia de calor por radiación de la pared exterior al aire [W/(m²·K)] y A_{wext} el área de la pared exterior (m²)

La ecuación 5.33 es una de las expresiones más usada para la caracterización del coeficiente de transferencia de calor por convección entre un fluido y una superficie cilíndrica.

$$Nu = c \cdot Re_a^m \cdot Pr^{1/3} = \frac{h_o \cdot D_s}{\lambda_a} \quad (5.33)$$

Donde Nu es Nusselt del aire es determinado por el Número del Prandtl (Pr) y el Reynolds del aire (Re_a). Los coeficientes c y m de la ecuación 5.33 se toman de la Tabla 5.3.1 en correspondencia con los valores del número de Reynolds calculado a través de la expresión 5.34.

$$Re_a = \frac{V_a \cdot D}{\nu_a} \quad (5.34)$$

Siendo V_a la velocidad del aire (m/s) y el diámetro exterior del tambor; m

Tabla 5.3.1- Coeficiente de c y m [35, 36]

<i>Re</i>	<i>c</i>	<i>m</i>
0,4 – 4	0,989	0.33
4 – 40	0,911	0,385
40 – 4000	0,686	0,466
4000-40 000	0,196	0,618
40 000-400 00	0.027	0,805

El coeficiente de transferencia de calor por radiación de la pared exterior al aire se calcula mediante la ecuación 5.35.

$$\alpha_{wa_r} = \varepsilon_{we} \cdot \sigma \cdot T_w^3 \left[1 + \frac{T_a}{T_w} + \left(\frac{T_a}{T_w} \right)^2 + \left(\frac{T_a}{T_w} \right)^3 \right] \quad (5.35)$$

5.3.3. Cálculo de las áreas de transferencia de calor

Para estimar los coeficientes de transferencia de calor variables por unidad de longitud ($K1_{(x)}$, $K2_{(x)}$, y $K3_{(x)}$) es necesario calcular las áreas de transferencia de calor del gas a la pared del cilindro, del gas al sólido, y de la pared cubierta al sólido. Las expresiones empleadas para el cálculo de las mismas son 5.36, 5.37 y 5.38.

$$A_{ss} = L_{ss} \cdot dx \quad (5.36)$$

$$A_{we} = L_{pncs} \cdot dx \quad (5.37)$$

$$A_{wc} = L_{pcs} \cdot dx \quad (5.38)$$

Donde L_{ss} es la cuerda formada por sólido que se encuentra expuesto al gas (m), L_{pncs} y L_{pcs} son los arco formados por la pared expuesta al gas y de la pared cubierta por el sólido respectivamente (m). Las ecuaciones matemáticas empleadas para calcular los arcos y las cuerdas que delimitan las áreas de transferencia de calor son 5.39, 5.40 y 5.41

$$L_{ss} = 2 \cdot R_i \cdot \text{sen}(\beta) \quad (5.39)$$

$$L_{pcs} = R_i \cdot \beta \quad (5.40)$$

$$L_{pncs} = R_i \cdot (2 \cdot \pi - \beta) \quad (5.41)$$

Siendo β el ángulo central formado por el radio (R_i) y las menas depositadas en el fondo del cilindro. El mismo se denomina ángulo de llenado y se determina a través de la ecuación 5.42 [37].

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot \dot{m}_s}{2 \cdot R_i^2 \cdot \rho_s \cdot V_s}} \quad (5.42)$$

Donde ρ_c es la densidad del sólido (kg/m^3), R_i el radio interior del tambor (m) y V_s la velocidad del sólido (m/s) determinada por la ecuación 5.43.

$$V_s = L_s \cdot t_r^{-1} \quad (5.43)$$

Donde t_r es el tiempo de permanencia (s) y L_s la longitud del tambor del secador (m)

Para la estimación del tiempo de residencia se empleó la ecuación 5.44.

$$t_r = \left[\frac{0,23 \cdot L_s}{D_i \cdot n^{0,9} \alpha} + \frac{(5 \cdot D_p^{0,5}) L_s \cdot G_g}{G_s} \right] \cdot 60 \quad (5.44)$$

Donde α es el ángulo de inclinación del tambor (grados sexagesimales), D_p el diámetro de la partícula del sólido (μm) y G_s el flujo de sólido por unidad de área; [kg/(m²·s)].

5.3.4. Técnicas experimentales para la caracterización del mineral laterítico

Metodología para la determinación de la cinética de secado

Para la determinación de la constante cinética de secado se propone un diseño de experimento de forma similar al trabajo realizado por Veras, et al. [38]. Estos autores determinan la cinética de secado de diferentes sólidos con el estudio de varias muestras húmedas que se someten a un proceso de secado de forma controlada, durante la experimentación se miden los cambios de masa hasta alcanzar un peso constante. Con los datos obtenidos se determinan los parámetros de ajustes (k ; a ; c y n) en correspondencia con los modelos existentes (Tabla 5.2.1) donde k es la constante cinética de secado.

Una vez encontrado el modelo que más se adecua a los datos experimentales y la constante de secado, se evalúa la influencia de la temperatura sobre este proceso a partir de la ecuación de Arrhenius (5.45).

$$k = b \cdot \exp\left(\frac{-E_a}{R_g \cdot T_g}\right) \quad (5.45)$$

E_a : Energía de activación (J/mol)

R_g : Constante universal de los gases [8,3143 J/(mol·K)]

Al evaluar la relación obtenida entre el logaritmo natural de la constante de velocidad y el inverso de la temperatura se obtiene un comportamiento lineal definido por la ecuación 4.46.

$$\ln(k) = m \cdot \frac{1}{T_g} + b \quad (5.46)$$

Donde, m es la pendiente de la recta determinada por la división de la energía de activación y constante universal de los gases ($-E_a/R_g$), T_g es la temperatura de secado (K), y b es el intercepto con el eje vertical.

El procedimiento realizado para la determinación de la constante cinética de secado es el siguiente:

1. La muestra a analizar se seca por 24 horas a una temperatura de 150 °C con la finalidad de garantizar que el mineral esté totalmente seco.
2. Se toman pequeñas muestras de mineral seco en diferentes crisoles previamente tarados y se les añade cierta cantidad de agua, calculada de acuerdo con el diseño experimental y se obtiene así la humedad inicial en base a la masa seca; seguidamente, se toman los pesos iniciales de cada uno de ellos.
3. Los crisoles destapados se introducen en la estufa por tiempo definido, a una temperatura de acuerdo con el experimento que se realiza.
4. Se extraen las muestras, se colocan en una balanza analítica y se miden sus pesos.
5. Por la diferencia de peso se determina la humedad correspondiente a ese tiempo, luego se repiten los puntos 3, 4 y 5, y así, sucesivamente, hasta obtener la humedad de equilibrio dinámico.

Método del Hot Ball para determinación de la conductividad térmica

La conductividad térmica de las menas lateríticas se determina mediante el método transitorio conocido como Hot-ball [39].

Diseño de experimento: para la determinación de la conductividad térmica de las menas lateríticas se examinan nueve muestras con diferentes porcentajes de humedad (5, 20 y 35 %) y para cada muestra se tienen en cuenta tres niveles de temperatura (30, 60 y 90 °C), en cada experimento se aplicarán tres réplicas.

El procedimiento realizado durante la experimentación y la instalación experimental empleada son los siguientes:

- 1- Se depositaron las muestras en un recipiente de vidrio con un diámetro de 50 mm recubierto con un material aislante para reducir el intercambio térmico con el medio.
- 2- Luego se colocó el sensor dentro de la muestra garantizando que estuviese totalmente cubierto.
- 3- Se calentó la muestra hasta (± 5 °C) la temperatura deseada.

- 4- Se realizó el proceso de medición, donde los cambios de temperatura en la muestra fueron registrados por el sensor del Hot ball (termopar) y almacenados en una base de datos en el ordenador para su posterior análisis.

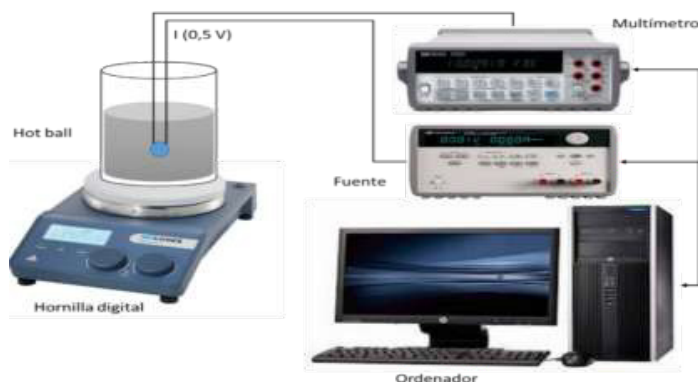


Figura 5.3.3. Esquema de la instalación experimental para la determinación de la conductividad térmica por el método de Hot-Ball.

Experimentación para la determinación del calor específico de las menas lateríticas

Para determinar el calor específico de las muestras de las menas lateríticas estudiadas se usó el método de medición denominado Calorimetría Diferencial de Barrido o como comúnmente se conoce en sus siglas en ingles *DSC*, (*Differential Scanning Calorimetry*).

El análisis se realizó en la instalación experimental especializada *DSC Q2000* en la cual se ejecutaron de forma programada una serie de experimentos teniendo como resultado las termografías y el cálculo de las propiedades seleccionadas en el análisis. Para la medición de la capacidad calorífica de las muestras se procedió según el método estándar ASTM E-1269.

5.4. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO EN LOS SECADORES ROTATORIOS

En los epígrafes anteriores se describen las teorías, los procedimientos y el modelo que permite calcular los parámetros fundamentales del proceso de secado de las menas lateríticas en secadores rotatorios. Sin embargo, se requiere argumentar sobre el hecho de que la respuesta del modelo teórico representa adecuadamente al proceso real, para luego mediante la

modelación y simulación, establecer las condiciones racionales del objeto de estudio declarado. En este sentido los objetivos del epígrafe son:

1. Analizar los resultados de la caracterización de las propiedades termofísicas y la constante cinética de secado de las menas lateríticas
2. Obtener información experimental de un caso de estudio que posibilite la validación del modelo propuesto.
3. Implementar una aplicación informática que integre el modelo, las ecuaciones de enlace, los procedimientos establecidos para el cálculo de los parámetros fundamentales y facilite la validación y simulación del proceso estudiado.
4. Desarrollar la simulación y racionalización de los principales parámetros de operación de los secadores rotatorios de las menas lateríticas.

5.4.1.Establecimiento de la constante cinética de secado

Para el establecimiento de la constante de cinética de secado se consideraron cinco valores de temperaturas (100; 200; 300; 400 y 500 °C) y para cada una se emplearon cinco muestras con una humedad inicial en base a la masa seca de 54 % y se aplicó el procedimiento expuesto en el epígrafe 5.3.4. Los resultados derivados de la experimentación se exponen en los anexos 5.1 en las Tabla 1. (A.5.1) hasta la Tabla 6. (A.5.1).

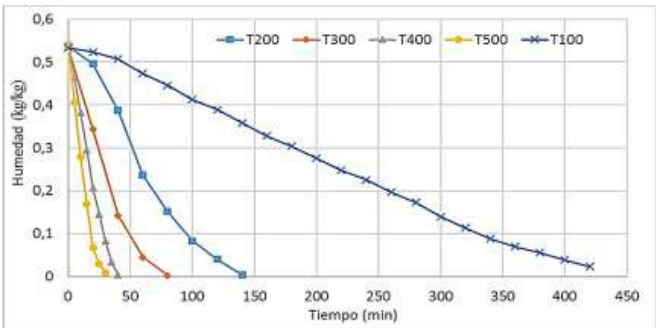


Figura 5.4.1. Variación de la humedad en función del tiempo para cada temperatura.

La Figura 5.4.1 se expone la variación de la humedad de las menas lateríticas en función del tiempo de secado obtenido de la experimentación. Destacar que la frecuencia de muestreo en los experimentos varía entre

5 y 20 min, en dependencia de la temperatura analizada. Según los comportamientos mostrados, la temperatura tuvo un efecto significativo en la velocidad de remoción de humedad, a medida que se incrementó se redujeron los tiempos de secado. Se observa que los tiempos requeridos para alcanzar un contenido de humedad de aproximadamente 0,01 kg agua/kg de mineral seco fueron de 30, 45, 80, 145 y 450 min para las temperaturas de 500; 400; 300; 200 y 100 °C, respectivamente.

Con los datos obtenidos de la experimentación se evaluaron los modelos teóricos más usados en la literatura (Newton; Page; Page Modificado; Handerson y Pabis; Logarithmic; Midilli y Kucuk) y se compararon los coeficientes de ajustes de los mismos. En la Tabla 6. (A.5.1) del anexo 5.1 se exponen los coeficientes de ajuste, el coeficiente de correlación y el error medio cuadrático entre los datos experimentales y los calculados para cada modelo. Según los resultados mostrados en la referida tabla se comprobó que cualesquiera de estos pueden empleados con suficiente exactitud. No obstante, por su precisión y sencillez, se tomó el modelo de Page modificado. Con este se obtuvieron valores del coeficiente de determinación (R^2) entre 0,9935 a 0,9999 y del error cuadrático medio entre 0,005 y 0,0025.

Con el modelo ajustado para las menas lateríticas y los valores de la constante k para cada una de las temperaturas se obtiene la ecuación 5.47 mediante la correlación del inverso de la temperatura y el logaritmo de k .

$$\ln(k) = -914,3 \frac{1}{T_g} + 0,0655 \quad (5.47)$$

Los coeficientes de la ecuación que determinan la pendiente y la intersección de la recta se sustituyen en la ecuación de Arrhenius obteniéndose la ecuación 5.48.

$$k = 0,0655 \cdot \exp\left(\frac{-914,3}{T_g}\right) \quad (5.48)$$

5.4.2. Determinación de calor específico de las menas lateríticas

A partir de la aplicación de la técnica experimental descrita en el epígrafe 0 se obtienen la Figura 5.4.2 a) y b), en cada una de estas se representa el flujo de calor suministrado y la variación del calor específico en función

del incremento de la temperatura. La Figura 5.4.2 a) corresponde a los resultados derivados de muestras de mineral con humedad de 3 % y la Figura 5.4.2 b) a las muestras con humedad de 37 %.

Con los valores del calor específico del mineral entre los rangos de temperatura de 20 hasta 100 °C se elaboró la Tabla 5.4.1 en ella se exponen los resultados obtenidos en cada réplica del experimento, el promedio, la desviación estándar y el coeficiente de variación de las tres réplicas. Los límites de temperatura se toman considerando que estos valores son los que el mineral experimenta durante su traslado por el interior del secador.

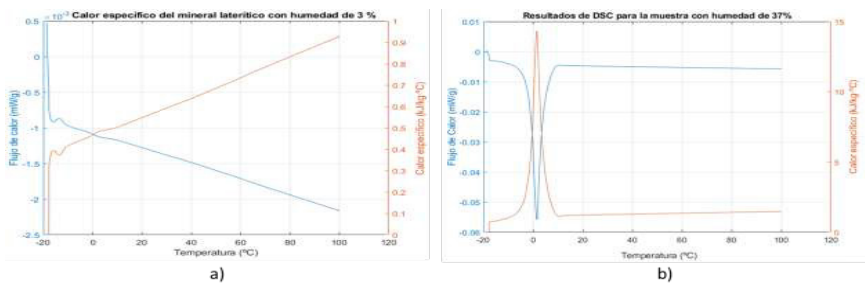


Figura 5.4.2. Resultados del DSC para la muestra de mineral laterítico con humedad de 3 %. de 37 %.

Tabla 5.4.1. Resultados obtenidos de la experimentación mediante DSC para el mineral laterítico.

Temp (°C)	Calor específico del mineral laterítico con humedad de 37 %[kJ/(kg.°C)]					
	R _{1.1}	R _{1.2}	R _{1.3}	Promedio	Des. Est	Cv (%)
20	1,2256	1,2712	1,2372	1,2447	0,0237	1,9040
25	1,2438	1,2831	1,2556	1,2608	0,0202	1,5995
30	1,2607	1,2944	1,2727	1,2759	0,0171	1,3387
35	1,2769	1,3049	1,2891	1,2903	0,0140	1,0880
40	1,2943	1,3154	1,3066	1,3054	0,0106	0,8119
45	1,3112	1,3251	1,3237	1,3200	0,0077	0,5798
50	1,3284	1,3344	1,341	1,3346	0,0063	0,4722
55	1,3451	1,3448	1,3579	1,3493	0,0075	0,5542
60	1,3616	1,354	1,3745	1,3634	0,0104	0,7601
65	1,3775	1,3638	1,3906	1,3773	0,0134	0,9730
70	1,3941	1,3722	1,4074	1,3912	0,0178	1,2776
75	1,4083	1,3818	1,4217	1,4039	0,0203	1,4463
80	1,4232	1,3886	1,4368	1,4162	0,0249	1,7547
85	1,4376	1,3955	1,4512	1,4281	0,0290	2,0335
90	1,4523	1,4016	1,4662	1,4400	0,0340	2,3613
95	1,4693	1,4143	1,4809	1,4548	0,0356	2,4456

100	1,4848	1,4231	1,4957	1,4679	0,0392	2,6671
Temp (°C)	Calor específico del mineral laterítico con humedad de 3 % [kJ/(kg·°C)]					
	R _{1.1}	R _{1.2}	R _{1.3}	Promedio	Des. Est	Cv (%)
20	0,5553	0,5483	0,5639	0,5558	0,0078	1,4058
25	0,5776	0,5708	0,5866	0,5783	0,0079	1,3705
30	0,5998	0,5935	0,6092	0,6008	0,0079	1,3151
35	0,6214	,6156	0,6311	0,6227	0,0078	1,2576
40	0,6425	0,6377	0,6525	0,6442	0,0076	1,1721
45	0,6642	0,6617	0,6746	0,6668	0,0068	1,0260
50	0,6858	0,6858	0,6966	0,6894	0,0062	0,9045
55	0,7064	0,7098	0,7175	0,7112	0,0057	0,7997
60	0,7288	0,735	0,7402	0,7347	0,0057	0,7768
65	0,7513	0,7607	0,7631	0,7584	0,0062	0,8223
70	0,7733	0,7852	0,7854	0,7813	0,0069	0,8868
75	0,7952	0,8096	0,8077	0,8042	0,0078	0,9728
80	0,8157	0,8331	0,8284	0,8257	0,0090	1,0901
85	0,8363	0,8572	0,8494	0,8476	0,0106	1,2460
90	0,8566	0,8812	0,8699	0,8692	0,0123	1,4167
95	0,8801	0,9041	0,8939	0,8927	0,0120	1,3493
100	0,9017	0,9281	0,9158	0,9152	0,0132	1,4434

R: réplica del experimento; los sub índices (1.1;1.2...2.3): indican el número del experimento y número de la réplica del experimento respectivamente;

Promedio: promedio de las réplicas; **Des.Est:** la desviación estándar de las réplicas; **Cv:** Coeficiente de variación

Según los resultados del coeficiente de variación, inferiores al 3 %, se deduce que existe alto valor de homogeneidad entre los valores de las réplicas realizadas en cada experimento. Se observa, además, que el calor específico varía entre 1,244 a 1,476 [kJ/(kg·°C)] para la muestra con humedad de 37 % y, de 0,559 a 0,9152 [kJ/(kg·°C)] para la muestra con humedad de 3 %.

Con los valores promedios de los calores específicos y la temperatura correspondiente se establecen las ecuaciones 5.49 y 5.50 obtenidas mediante la correlación entre ambas propiedades.

$$Cp_{mh} = 1,19395 + 0,00277122549 \cdot T_m, \text{ para humedad de 37 \%} \quad (5.49)$$

$$Cp_{ms} = 0,465185294117647 + 0,00450005 \cdot T_m, \text{ para humedad de 3 \%} \quad (5.50)$$

Donde Cp_{mh} y Cp_{ms} son los calores específicos de las menas lateríticas húmedas y secas respectivamente [kJ/(kg·°C)] y T_m es la temperatura de las menas lateríticas (°C).

Para las mismas se obtuvieron los coeficientes de correlación lineal $R_{37\%} = 0,999$ y $R_{3\%} = 0,999$, respectivamente.

En este sentido también fue posible obtener una ecuación que modela los resultados del calor específico simultáneamente, respecto a la temperatura de las menas y a la humedad, tal como se muestra en la ecuación 5.51, cuyo coeficiente de correlación es de $R = 0,997$.

$$Cp_{(H,T)} = 0,461899827 + 0,018383391 \cdot H_m + 0,003635637 \cdot T_m \tag{5.51}$$

$Cp_{(H,T)}$ - Calor específico de las menas lateríticas que depende de la temperatura y la humedad; $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$

Según resultados expuestos, estas expresiones pueden ser empleadas con suficiente exactitud para la simulación, modelación, y evaluación de los procesos de transferencia de calor para los valores de temperatura entre 20 y 100 $^\circ\text{C}$.

Las tres ecuaciones resultan ser novedosas, pues no aparecen en la literatura especializada, ni en otras consultadas. Son un aporte al conocimiento y de utilidad en las empresas productoras de níquel que utilizan estos yacimientos. Sobre todo, en trabajos de ingeniería y para científicos que empleen estas propiedades.

5.4.3. Caracterización de la conductividad térmica de las menas lateríticas

Siguiendo el procedimiento establecido en el epígrafe 0 se obtiene los resultados mostrados en la Tabla 1. (A.5.2) de los anexos (A.5.2) en la cual se exponen los valores de la conductividad térmica de las menas lateríticas para los rangos de temperatura entre 20 y 100 $^\circ\text{C}$ y concentraciones de humedad de 3, 20 y 37 %.

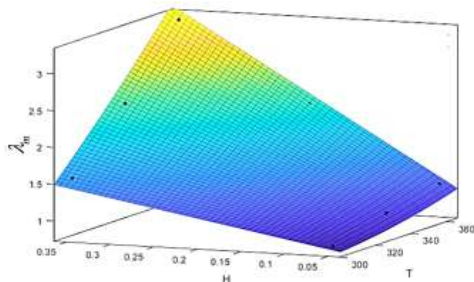


Figura 5.4.3. Conductividad térmica de las menas lateríticas.

En la misma se determinó que esta propiedad varía de 0,8 hasta 3,24 W/(m·K) en dependencia de la concentración de humedad y la temperatura de las menas según se muestra en la Figura 5.4.3.

De forma análoga al procedimiento realizado con el calor específico se obtiene la ecuación 5.52 que relaciona la conductividad térmica con la temperatura y la humedad de las menas lateríticas cuyo coeficiente de correlación y el error cuadrático medio son respectivamente de 0,996 y 0,064.

$$\lambda_m = 1,659 + 0,4412 \cdot T_m + 0,5845 \cdot H_m + 0,2442 \cdot T_m \cdot H_m + 0,02844 \cdot T_m^2 \quad (5.52)$$

5.4.4. Implementación del modelo matemático

Los procedimientos y el modelo antes descrito en el capítulo dos fueron implementados en una aplicación informática desarrollada en el *software Matlab*. La aplicación permite validar, simular y determinar los parámetros racionales del proceso de secado de las menas lateríticas en los secadores rotatorios. Consta de dos ventanas de trabajo relacionadas entre sí, en las mismas se realizan operaciones para la validación del modelo planteado, simular las condiciones de operaciones del secador y determinar los parámetros racionales para las condiciones establecidas por el operador.

La aplicación resuelve el sistema de ecuaciones con condiciones iniciales y de frontera del modelo mediante el método numérico de Runge Kutta 4to Orden y determina los parámetros racionales del proceso, al emplear un método de búsqueda exhaustiva que tiene como criterio garantizar los requerimientos técnicos con el menor consumo de combustible y la mayor eficiencia térmica.

Instalación experimental

La experimentación para la validación se llevó a cabo en un secador a escala semiindustrial con las características técnicas y constructivas mostradas en Tabla 5.4.2. Por las facilidades que tiene el secador a escala semi - industrial, se empleó un diseño de experimento multifactorial. En el mismo se analizaron dos factores: flujo de mineral con tres niveles y flujo combustible con dos niveles, para cada experimento se hicieron siete réplicas de forma aleatoria, para un total de 42 pruebas, además de las variables mencionadas se registraron los valores de la temperatura del mineral y del gas a la salida del secador.

Tabla 5.4.2. Características técnicas y de operación del secador escala semiindustrial.

Dimensiones	Valor	UM
Largo	7,5	m
Diámetro	1,2	m
Rango de operación		
Productividad	1,5	t/h
Velocidad de rotación	8,6	rpm
Inclinación del tambor	0,5	grado
Temperatura de los gases en la cámara	700-850	°C
Temperatura de los gases a la salida	90-120	°C
Tiempo de residencia	15-20	min

Validación de los modelos matemáticos

Los resultados experimentales se comparan con los estimados mediante el modelo para iguales condiciones de trabajo. Luego se calculan los errores relativos puntuales y promedios, teniendo como criterio de aceptación que este último sea inferior al 10 % . El cálculo de los errores se realiza según las ecuaciones 3.6 y 3.7.

$$E = \left| \left(X_{mp.Exp} - X_{mp.Teo} \right) \cdot X_{mp.Exp}^{-1} \right| \cdot 100 \tag{3.6}$$

$$E_p = \sum_{i=1}^{N_d} E \cdot N_d^{-1} \tag{3.7}$$

Donde E es el error relativo puntual entre los valores experimentales y los teóricos, % $X_{mp.Exp}$ el valor promedio de la variable obtenida de forma experimental, $X_{mp.Teo}$ el valor promedio de la variable obtenida de forma teórica E_p es el error relativo promedio entre los valores experimentales y los teóricos; % y N el número de determinaciones; Adimensional

Validación a escala semiindustrial

En la Tabla 1. (A.5.3) del anexo A.5.3 se relacionan los valores promedios de la humedad del mineral laterítico, comprobándose que los errores relativos puntuales de los valores promedios obtenidos en cada experimento son inferiores al 10 % según se muestra en la Figura 5.4.4. destacar que

del total de los errores calculados el 66,6 % son inferiores al 5 % .

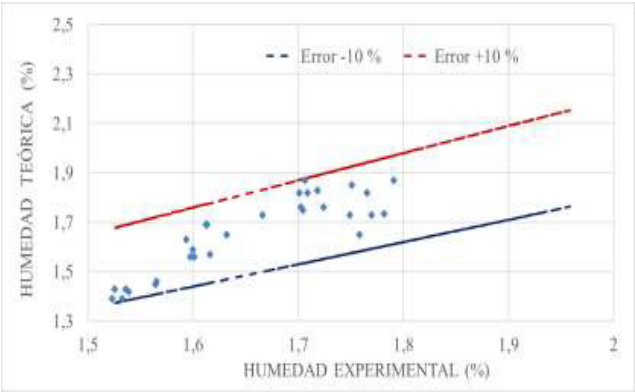


Figura 5.4.4-Comparación de la humedad del mineral a la salida experimental y teórica

A través del modelo propuesto se predice el valor de la temperatura del gas y el mineral a la salida del secador con un error relativo promedio del 2,3 y 1,57 % respectivamente. Los resultados mostrados en las Tabla 2. (A.5.3) de los anexos (A.5.3) y la Figura 5.4.5 comprueba que los errores relativos puntuales entre los valores de las temperaturas obtenidas de manera experimental y teórica no son mayores del 6 %.

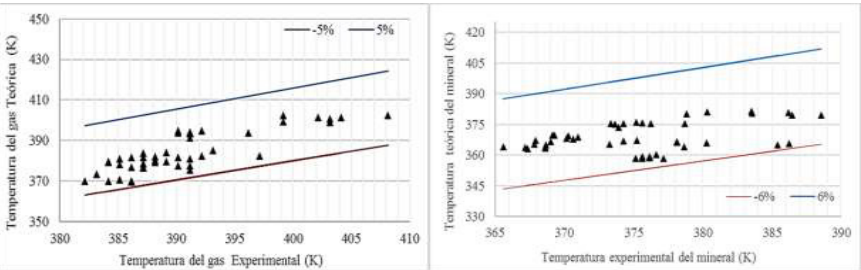


Figura 5.4.5- Comparación de la temperatura del gas y el mineral a la salida del secador con los obtenidos con el modelo.

Validación del modelo a escala industrial

Por otro lado, se comprobó el ajuste del modelo propuesto en un secador industrial con las características mostradas en la Tabla 5.4.3. Para ello se realizó una experimentación pasiva tomándose del sistema de adquisición

de datos del de forma aleatoria sin modificar ningunos de sus parámetros de operación.

Tabla 5.4.3. Características técnicas y de operación del secador escala industrial

Dimensiones	valor	UM
Largo	48	m
Diámetro	4,5	m
Rango de operación		
Productividad	100 a140	t/h
Velocidad de rotación	2,5 a 3	rpm
Inclinación del tambor	1	grado
Temperatura de los gases en la cámara	700 a 850	°C
Temperatura de los gases a la salida	86 a 100	°C
Tiempo de residencia	30 a 45	min

Según los resultados mostrados en la Tabla 5. (A.5.3) del anexo A.5.3 se determinó que existe una correspondencia satisfactoria entre los resultados de la humedad, obtenidos experimentalmente durante el secado y los valores teóricos calculados. En esta se muestra que de la comparación entre los valores de la humedad calculada y la estimada son inferiores al 15 % , siendo el 73,21 % de ellos inferiores al 5 % . Se observa, además, que los errores relativos calculados para la temperatura del gas a la salida del secador son inferiores al 5 %.

Teniendo en cuenta la distribución de los errores relativos puntuales calculados, así como los criterios expuestos en las literaturas que abordan la modelación matemática de procesos, se confirma que el modelo matemático establecido en el presente trabajo tiene una exactitud adecuada y por tanto es válido de aplicar a escala industrial y semiindustrial.

5.4.5. Aplicación práctica de los modelos matemáticos establecidos

La aplicación práctica del modelo propuesto en el presente trabajo, es que permite determinar el comportamiento de la temperatura, flujo másico y humedad de las menas lateríticas y el gas durante el secado en los secadores rotatorios, además establece las condiciones de operación racionales que garantizan los requerimientos tecnológicos del proceso con el mínimo consumo de energía.

Validado el modelo matemático propuesto en la presente investigación a escala semi- industrial e industrial, se calculan los parámetros fundamentales del proceso (tiempo de retención, coeficiente de llenado

y la variación de la temperatura y la humedad) en el secador de mineral laterítico industrial.

Tiempo de retención del mineral

Según lo mostrado en la Figura 5.4.6 el tiempo de retención del mineral en los secadores analizados varía entre 20 y 75 min en función de la velocidad de rotación y el ángulo de inclinación.

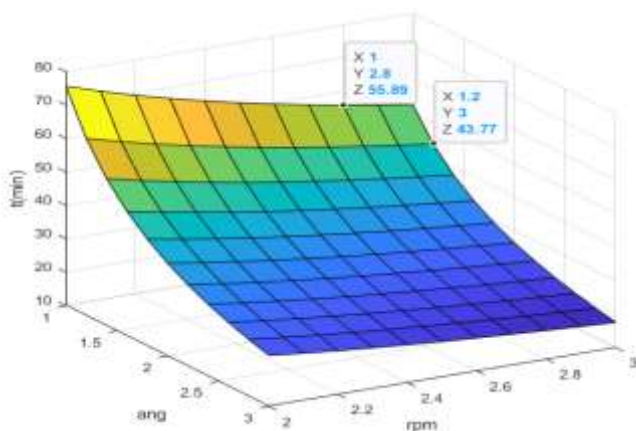


Figura 5.4.6. Efecto de la velocidad de rotación y ángulo de inclinación del tambor sobre el tiempo de retención.

Resultados similares a los obtenidos fueron dados por Krokida, et al. [2] el cual evalúa varios modelos que determinan el tiempo de retención en secadores rotatorios. Para las condiciones normales de operación (velocidad de rotación del tambor entre 2 y 3 rad/min y ángulo de inclinación entre 1 y 1,5°) se obtienen tiempos de permanencia de 45 a 55 min.

Coefficiente de llenado

Al evaluar el comportamiento del coeficiente de llenado en función del flujo de mineral y la velocidad de rotación se obtuvieron los resultados mostrados en la Figura 5.4.7. Como se observa, para los flujos de mineral entre 100 a 140 t/h y tiempos de retención entre 35 y 50 min se obtienen valores entre 8 y 16 % .

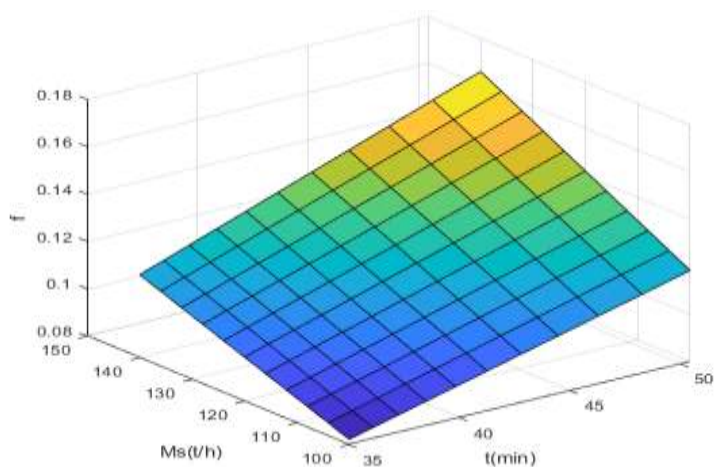


Figura 5.4.7. Relación entre el coeficiente de llenado, el tiempo de tiempo de retención del mineral y flujo de mineral durante el proceso de secado.

Cálculo de la distribución de la temperatura en el tambor secador

Teniendo en cuenta que la temperatura es un parámetro fundamental que influye en el proceso de secado, a través del modelo se determinó la variación de la temperatura del mineral y el gas en todo el secador (Figura 5.4.8).

Como se observa, el gas experimenta un descenso en su temperatura (desde 810 °C hasta valores próximos de 300 °C) en los primeros metros, resultado de la mezcla de este con el flujo de mineral que entra al secador a temperatura ambiente (entre 22 y 28 °C) y concentraciones de humedad entre 30 y 38 %.

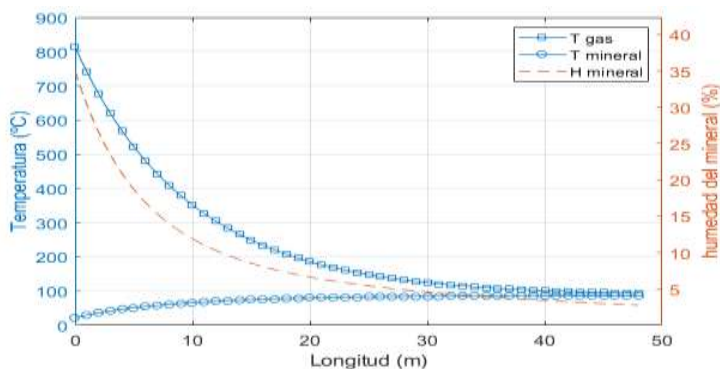


Figura 5.4.8. Variación de la temperatura y de la humedad en el proceso de secado

Evaluación y racionalización del secador industrial

Según estudios realizados al secador de mineral laterítico industrial se determinó que como promedio el rendimiento de los mismos es de 45 % [40] y el índice de consumo de combustible de 0,022 .Aunque estos valores concuerdan con el desempeño de estas instalaciones, no obstante, es posible obtener rendimientos próximos a un 70 % según los estándares recomendados en la literatura especializada.

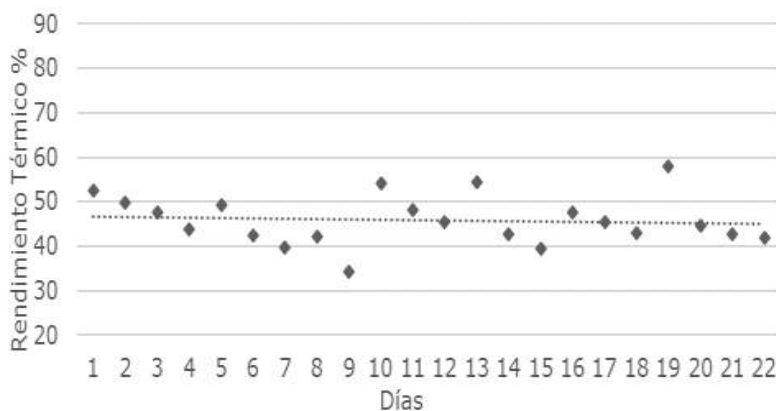


Figura 5.9. Comportamiento promedio diario del rendimiento térmico del secador de mineral laterítico industrial.

Con el modelo matemático y la aplicación informática desarrollada se establecen los parámetros racionales de operación del proceso de secado manteniendo los estándares productivos de la empresa. El programa realiza la simulación del proceso para las condiciones límites establecidas por el operador y busca que combinación de parámetros es la más adecuada para obtener la humedad de salida deseada con el mayor rendimiento energético.

Según el caso de estudio en el cual se tienen en cuenta los rangos de operación siguiente: flujo de mineral entre 125 y 130 t/h, flujo de combustible de 2,1 y 2,2 t/h, humedad de entrada del mineral entre 35 y 37 % y velocidad de rotación del tambor secador de 3 rad/min; se determinó que las condiciones racionales del proceso de secado se garantizan para un flujo de mineral de 124 t/h con una humedad de 35 %, un flujo de

combustible de 2,088 t/h y una velocidad de rotación de 3 rad/min.

Para estas condiciones de operación se obtiene a la salida del secador un mineral con una humedad de 3,8 % y una temperatura de los gases de 92 °C. Además, se garantizan en la instalación un rendimiento térmico de un 71 % y un índice de consumo de 0,0176. Como se observa, con esta metodología y la búsqueda de los parámetros racionales se incrementa el rendimiento térmico en más de un 5 % y se reduce en 0,002 el índice de consumo de combustible con respecto al consumo promedio.

5.5. CONCLUSIONES

1. La caracterización del mineral laterítico mediante las diversas técnicas experimentales permitió determinar los modelos que describen el comportamiento de la cinética de secado, la variación de la conductividad térmica y el calor específico para las diversas condiciones de operación de los secadores rotatorios.
2. La implementación de los modelos matemáticos en una aplicación informática permitió determinar de forma teórica el comportamiento de las principales variables que intervienen durante el secado de las menas lateríticas; estos parámetros se compararon con los resultados experimentales obtenidos durante el proceso de secado a escala semi industrial e industrial.
3. Durante la comparación de los resultados obtenidos de la humedad, temperatura a la salida del secador de formas experimental y teórica se determinó que los errores relativos puntuales son inferiores al 10 % comprobándose la validez del modelo planteado para la modelación y simulación de estas instalaciones.
4. Con la implementación del procedimiento para la racionalización de los parámetros de operación del proceso de secado de mineral laterítico se incrementa el rendimiento térmico en valores próximos a un 70 % y se reduce el índice de consumo a valores cercanos a 0,017 t de combustible por cada t de mineral seco.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. Li, D. Li, Z. Xu, C. Liao, Y. Liu, and B. Zhong, "Selective leaching of valuable metals from laterite nickel ore with ammonium chloride-hydrochloric acid solution," *Journal of Cleaner Production*, vol. 179, pp. 24-30, 2018/04/01/ 2018.
- [2] M. Krokida, D. Marinos-Kouris, and A. Mujumdar, Rotary Drying, In *Handbook of Industrial Dryin*. Philadelphia: Taylor & Francis:, 2007.
- [3] R. B. Keey, "Theoretical Foundations of Drying Technology Advances in Drying " Hemisphere publishing Corp, vol. V1, 1980.
- [4] M. Fortes and M. R. Okos, " Drying Theories: Their Bases an Limitations as Applied to Food and Grains . Advances in Drying. ," Hemisphere Publishig Corp., vol. 1, 1980.
- [5] R. Hernández, José. and D. Quinto, P., "Secado de medios porosos: una revisión a las teorías actualmente en uso," *Científica*, vol. 9, no. 2, pp. 63 - 71, 2005.
- [6] W. K. Lewis, "The Rate of Drying of Solids Materials. ," *J. Ind. Eng. Chem.*, vol. 13, pp. 427-432., 1921.
- [7] P. S. H. Henry, "Difusion in Absorbing Media," *Proc. R. Soc. Lond*, vol. 171a, pp. 215-241, 1939.
- [8] A. V. Likov, "Application of Irreversible Thermodynamic Methods to Investigation of Heat and Mass Transfer. ," *Heat and Mass Transfer*, vol. 9, no. 1, pp. 139-152, 1966.
- [9] J. R. Philip and D. A. De Vries, "Moisture Movement in Porous Materials under Temperature Gradients. ," *Trans. Am. Geophys Union.*, vol. Vol. 38, no. No. 2, pp. pp. 222-232, 594, 1957.
- [10] C. Carteri, Paulo . et al., "Development and validation of a heated drying air diffusion system to optimize rotary dryers and final coffee quality " *PLoSONE*, vol. 16, no. 6, 2021.
- [11] E. Torres, R. Galano;, and E. Guzmán, "Influencia del régimen de temperatura en el secado del mineral laterítico," *Minería y Geología* vol. 1, pp. 119-123, 2003, Art. no. 2.

- [12] C. A. Pickles, "Microwave drying of nickeliferous limonitic laterite ores," *Canadian Metallurgical Quarterly*, vol. 44, no. 3, pp. 397-408, 2005.
- [13] L. Wei, X. Yuntao, E. Richard, S. Jingjing, L. Xuewei, and B. Mansoor, "Drying Kinetics of a Philippine Nickel Laterite Ore by Microwave Heating," *MINERAL PROCESSING AND EXTRACTIVE METALLURGY REVIEW*, 2020.
- [14] S. S. Agustini, "Regenerative action of the wall on the heat transfer for directly and indirectly heated rotary kilns," *Tesis Doctoral.*, Universität Magdeburg, 2006.
- [15] O. Myklestad, *Heat and Mass Transfer in Rotary Dryers*. Chr. Michelsen Institute, 1961.
- [16] K. Sharples, P. G. Glikin, and R. Warne, "Computer simulation of rotary dryers," *Transactions of the Institute of Chemical Engineers*, vol. 42,, pp. 275–284, 1964.
- [17] G. Nonhebel and A. A. H. Moss, *Drying of Solids in the Chemical Industry* (Butterworth & Co Ltd). London, 1971.
- [18] G. R. Thorpe, "The mathematical modelling of dryers," *Ph.D thesis*, Nottingham University, 1972.
- [19] C. Shene, F. Cuhillos, R. Pérez, and P. I. Alvarez, "MODELLING AND SIMULATION OF A DIRECT CONTACT ROTARY DRYER," *DRYING TECHNOLOGY*, vol. 14, no. 10, pp. 2419-2433, 1996.
- [20] E. B. Arruda, "Comparison of the performance of the roto-fluidized dryer and conventional rotary dryer," *PhD. Thesis*, Federal University of Uberlândia, Uberlândia-Brazil, 2008.
- [21] M. G. Silva, T. S. Lirall, E. B. ArrudaIII, V. V. MurataI, and M. A. S. BarrozoI, "Modelling of fertilizer drying in a rotary dryer: parametric sensitivity analysis," *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, vol. 29, no. 2, pp. 1-14, 2012.
- [22] H. Abbasfard, R. Hashemipour, Hasan., S. Ghader, and M. Ghanbari "Mathematical modeling and simulation of an industrial rotary dryer: A case study of ammonium nitrate plant," *Powder Technology* vol. 239, pp. 499–505, 2013.

- [23] F. S. Lobato, V. Steffen Jr, E. B. Arruda, and M. A. S. Barrozo, "Estimación of Drying parameters in rotary dryers using differencial evolution," presented at the 6th International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice. , 2008.
- [24] D. Reay, "Theory inthe Desing of Dryers.," Chem. Eng., vol. 5, no. 1, pp. 501-506, 1979.
- [25] P. L. Douglas, A. Kwade, P. L. Lee, and S. K. Mallick, "Simulation of a rotary dryer for sugar crystalline," Drying Technology, vol. 11, no. 1, pp. 129–155, 1993.
- [26] F. Y. Wang, I. T. Cameron, J. D. Lister, and P. L. Douglas, "A distributed parameter approach to the dynamics of rotary drying processes. , ," Drying Technology, vol. 11, no. 7 pp. 1641–1656, 1993.
- [27] W. F. Cao and T. A. G. Langrish, "The development and validation of a system model for a countercurrent cascading rotary dryer," Drying Technology, vol. 18, no. 1&2, pp. 99–115, 2000.
- [28] D. L. C. Ponce, R. , R. F., and R. A. García, "Modelo matemático de un secadero rotatorio: secado de biomasa sólida lignocelulósica," INGENIERÍA MECÁNICA TECNOLOGÍA Y DESARROLLO, vol. 6, no. 2, pp. 031 - 043, 2018.
- [29] A. Goyal and A. Bushra, "Modelling and Simulation of Rotary Dryer for Wheat drying," Journal of Postharvest Technology, vol. 06, no. 1 pp. 63-68, 2018.
- [30] G. F. M. V. Souza, P. S. Avendaño, M. C. C. Francisquetti, F. R. C. Ferreira, C. R. Duarte, and M. A. S. Barrozo, "Modeling of heat and mass transfer in a non-conventional rotary dryer," Pre-proofs, 2020.
- [31] P. Hugo., M. Perazzini, F. Freire, F. B. Freire, and J. T. Freire, "Modeling and cost analysis of drying of citrus residues as biomass in rotary dryer for bioenergy," Renewable Energy, vol. 175 pp. 167-178, 2021.
- [32] Y. A. Cengel and M. A. Boles, Thermodynamics an engineering Approach, 5th edition ed. 2005.
- [33] C. Castaño, Luis. Fernando., F. R. Rubio, and M. G. Ortega, "Modelado de secaderos rotatorios en isocorriente.," Revista Iberoamericana de automática e informática industrial, vol. 6, no. 4, pp. 32-43, 2009.

- [34] F. Moring, Virgil., Termodinámica. Ciudad de La Habana 1989.
- [35] J. P. Holman, C. F. Madrid, Ed. Transferencia de Calor, Octava ed. España, 1999.
- [36] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman, and A. S. Lavine, Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 6th, 2007.
- [37] E. Góngora-Leyva, "Modelación físico-matemática del proceso de enfriamiento de mineral en cilindros rotatorios de la planta hornos de reducción de la empresa "Comandante Ernesto Che Guevara", " Tesis de Maestría., Mecánica, Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa "Dr. Antonio Núñez Jiménez", Moa-Cuba, 2004.
- [38] A. O. M. Veras, R. Béttega, F. B. Freire, M. A. S. Barrozo, and J. T. Freire, "DRYING KINETICS, STRUCTURAL CHARACTERISTICS AND VITAMIN C RETENTION OF DEDO-DE-MOÇA PEPPER (Capsicum baccatum) DURING CONVECTIVE AND FREEZE DRYING " Brazilian Journal of Chemical Engineering, vol. 29, no. 4, pp. 741 - 750, 2012.
- [39] J. Flores Cuautle and G. Lara Hernandez, Thermal Properties of Jojoba Oil Between 20°C and 45°C. 2017.
- [40] C. O. Zalazar, E. L. Góngora, D. Haseldonckx, J. V. Caneghem , and Y. M. Retirado, "Energetic and environmental analysis of the drying of mineral with the use of residual gases," Latin American Applied Research, vol. 3, no. 49, pp. 13-17, 2019.

ANEXOS DEL CAPÍTULO 5

A.5.1. Estudio de la cinética de secado del mineral laterítico

Tabla 1. (A.5.1) -Resultados de la experimentación para la cinética de secado para 100°C

<i>t</i> <i>min</i>	<i>Muestra 1</i>		<i>Muestra 2</i>		<i>Muestra 3</i>		<i>Muestra 4</i>		<i>Muestra 5</i>	
	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>
0	215,4	0,529	213,4	0,525	214,8	0,537	212,8	0,537	222,2	0,538
20	214,2	0,517	212,8	0,519	213,5	0,524	211,8	0,527	221,4	0,53
40	212,8	0,503	209,7	0,488	209,5	0,484	209,4	0,503	219,3	0,509
60	210,3	0,478	206,7	0,458	208,4	0,473	206,8	0,477	216,4	0,48
80	207,8	0,453	204	0,431	206,2	0,451	203,7	0,446	213,4	0,45
100	204,7	0,422	200,7	0,398	202,7	0,416	200,2	0,411	210	0,416
120	202,2	0,397	198	0,371	202,3	0,412	197,4	0,383	207	0,386
140	199,6	0,371	195,1	0,342	198,1	0,37	194,5	0,354	204,1	0,357
160	196,6	0,341	192,4	0,315	195,5	0,344	191,2	0,321	200,5	0,321
180	194,3	0,318	190,2	0,293	193	0,319	188,7	0,296	197,8	0,294
200	191,7	0,292	187,2	0,263	190,3	0,292	185,7	0,266	195,2	0,268
220	188,9	0,264	184,6	0,237	187,8	0,267	182,6	0,235	191,8	0,234
240	186,9	0,244	182,6	0,217	185,4	0,243	180,3	0,212	189,7	0,213
260	183,9	0,214	179,8	0,189	182,8	0,217	177,2	0,181	186,7	0,183
280	181,6	0,191	177,4	0,165	180,6	0,195	175,1	0,16	184,6	0,162
300	177	0,145	174,3	0,134	177,7	0,166	171,5	0,124	181,2	0,128
320	176,2	0,137	172,7	0,118	175,7	0,146	169,8	0,107	179,7	0,113
340	174,1	0,116	170,9	0,1	173,8	0,127	167,9	0,088	177,9	0,095
360	172,1	0,096	169,1	0,082	171,9	0,108	166	0,069	176,1	0,077
380	170,5	0,08	167,7	0,068	169,1	0,08	164,7	0,056	174,7	0,063
400	168,85	0,0635	165,9	0,05	166,3	0,052	163	0,039	173,03	0,0463

Tabla 2. (A.5.1) -Resultados de la experimentación para la cinética de secado evaluando a 200°C

<i>Tiempo</i> <i>min</i>	<i>Muestra 1</i>		<i>Muestra 2</i>		<i>Muestra 3</i>		<i>Muestra 4</i>		<i>Muestra 5</i>	
	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>
0	216	0,536	214,7	0,538	215,7	0,546	212,4	0,533	222	0,536
20	211	0,486	210,9	0,5	211,3	0,504	208,6	0,495	218,1	0,497
40	200,9	0,385	199,9	0,39	199,3	0,382	196,9	0,378	208,5	0,401
60	186,5	0,241	183,5	0,226	182,9	0,218	183,5	0,244	193,8	0,254
80	177	0,146	175,5	0,146	175,6	0,145	175,3	0,162	184,5	0,161
100	171,3	0,089	169,4	0,085	168,7	0,076	168,6	0,075	177,5	0,091
120	165,9	0,035	164,6	0,037	164,5	0,034	163,8	0,047	173,2	0,048
140	163	0,006	161,5	0,006	161,5	0,004	159,6	0,005	168,6	0,002

Tabla 3. (A.5.1) -Resultados de la experimentación para la cinética de secado evaluando a 300°C

<i>t</i> <i>min</i>	<i>Muestra 1</i>		<i>Muestra 2</i>		<i>Muestra 3</i>		<i>Muestra 4</i>		<i>Muestra 5</i>	
	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>
0	216	0,536	214,2	0,533	214,4	0,533	212,7	0,536	222	0,534
20	195,8	0,334	196,6	0,357	196,1	0,352	191,9	0,328	203,2	0,346
40	175,6	0,132	176,1	0,152	176,4	0,153	173,4	0,143	181,8	0,132
60	166,3	0,039	166	0,051	166,4	0,053	163,6	0,045	172,4	0,038
80	162,6	0,002	161	0,001	161,5	0,004	159,5	0,004	169,1	0,005

Tabla 4. (A.5.1) -Resultados de la experimentación para la cinética de secado evaluando a 400°C

<i>t</i> <i>min</i>	<i>Muestra 1</i>		<i>Muestra 2</i>		<i>Muestra 3</i>		<i>Muestra 4</i>		<i>Muestra 5</i>	
	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>
0	216,3	0,539	215,1	0,542	214,9	0,538	213,9	0,548	222,8	0,542
5	208,3	0,459	207,6	0,467	206	0,449	206,2	0,471	215,1	0,4655
10	200,3	0,379	200,1	0,392	197,1	0,36	198,5	0,394	207,5	0,389
10	191,9	0,2955	191,7	0,3085	187,8	0,267	189,4	0,303	198,5	0,299
20	183,6	0,212	183,4	0,225	178,6	0,175	180,4	0,213	189,5	0,209
15	177,2	0,148	177	0,161	173,2	0,121	173,9	0,148	183,3	0,147
30	170,8	0,084	170,6	0,097	167,8	0,067	167,5	0,084	177,1	0,085
25	165,4	0,03	164,9	0,04	163,8	0,027	162,0	0,029	172,5	0,039
40	162,5	0,001	161	0,001	161,3	0,002	159,2	0,001	168,7	0,001

Tabla 5. (A.5.1) -Resultados de la experimentación para la cinética de secado evaluando a 500°C

<i>t</i> <i>min</i>	<i>Muestra 1</i>		<i>Muestra 2</i>		<i>Muestra 3</i>		<i>Muestra 4</i>		<i>Muestra 5</i>	
	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>	<i>m_i</i>	<i>H_i</i>
0	216	0,536	214,6	0,537	214,5	0,534	213,5	0,544	222,2	0,536
5	203	0,406	200,3	0,394	202,2	0,4115	199,7	0,406	209,7	0,411
10	190	0,276	186	0,251	190	0,289	185,9	0,268	197,2	0,286
15	178,4	0,16	176,6	0,157	179,2	0,181	175,75	0,1665	186,6	0,18
20	168,6	0,062	167,2	0,063	168,4	0,073	165,6	0,065	176	0,074
25	164,2	0,0185	162,7	0,0185	164,9	0,0385	162,5	0,034	172,5	0,0395
30	163,2	0,008	161,9	0,01	161,9	0,008	159,7	0,006	169,5	0,009

Tabla 6. (A.5.1) -Ajustes de los modelos de secado con los datos experimentales

Modelo	Temper (°C)	SSE	R ²	DEF	R ² Ajustado	RMSE	Constantes de ajuste del modelo			
							Nº	k	n	a b
Newton	100	0,167646	0,920752	21	0,920752	0,089348	1	0,003918		
Newton	200	0,094343	0,910161	7	0,910161	0,116093	1	0,0158		
Newton	300	0,022336	0,967696	4	0,967696	0,074726	1	0,03175		
Newton	400	0,051514	0,948529	8	0,948529	0,080245	1	0,05109		
Newton	500	0,030079	0,964604	6	0,964604	0,070804	1	0,08128		
Page	100	0,01297	0,993869	20	0,993562	0,025466	2	9,11E-05	1,687	
Page	200	0,011789	0,994427	20	0,994148	0,024279	2	0,000115	1,644	
Page	300	8,85E-05	0,999872	3	0,999829	0,005432	2	0,004009	1,571	
Page	400	0,005576	0,994428	7	0,993633	0,028224	2	0,009193	1,562	
Page	500	0,00354	0,995835	5	0,995001	0,026608	2	0,02127	1,505	
Page Modi	100	0,012969	0,993869	20	0,993563	0,025465	2	0,004027	1,687	
Page Modi	200	0,002642	0,997484	6	0,997065	0,020985	2	0,0141	1,943	
Page Modi	300	7,97E-05	0,999885	3	0,999846	0,005156	2	0,02984	1,58	
Page Modi	400	0,005262	0,994743	7	0,993991	0,027417	2	0,04907	1,62	
Page Modi	500	9,79E-04	0,998848	5	0,998617	0,013993	2	0,07698	1,622	
Handerson y Pabis	100	0,118833	0,943826	20	0,941018	0,077082	2	0,004387	1,155	
Handerson y Pabis	200	0,084838	0,919212	6	0,905747	0,11891	2	0,01824	1,216	
Handerson y Pabis	300	0,023006	0,966726	3	0,955634	0,087571	2	0,03306	1	
Handerson y Pabis	400	0,047225	0,952814	7	0,946074	0,082137	2	0,05733	1,137	
Handerson y Pabis	500	0,031789	0,962593	5	0,955111	0,079736	2	0,07716	1	
Logarithmic	100	0,00527	0,997509	19	0,997246	0,016655	3	0,000665	4,209	-3,168
Logarithmic	200	0,021576	0,979454	5	0,971236	0,065689	3	0,006089	1,91	-0,8456
Logarithmic	300	0,005692	0,991768	2	0,983536	0,053347	3	0,01977	1,305	-0,2884
Logarithmic	400	0,002907	0,997096	6	0,996128	0,02201	3	0,02063	1,837	-0,8165
Logarithmic	500	0,005697	0,993296	4	0,989944	0,037739	3	0,04912	1,348	0,328

A.5.2. Determinación de la conductividad térmica mediante la técnica experimental del Hot Ball

Tabla 1. (A.5.2) -Resultados de la experimentación mediante la aplicación del método de Hot Ball

	<i>H</i>	<i>Tem</i>	<i>k₁</i>	<i>k₂</i>	<i>k₃</i>	<i>Des.Est</i>	<i>Promedio</i>	
M1	0,35	303	1,57	1,6	1,62	0,02516612	1,57616587	1,59
	0,35	333	2,3	2,36	2,32	0,03055051	1,31305895	2,326
	0,35	363	3,26	3,21	3,27	0,0321455	0,9901079	3,246
M2	0,2	303	1,16	1,13	1,15	0,01527525	1,33214407	1,146
	0,2	333	1,45	1,4	1,52	0,06027714	4,13801863	1,456
	0,2	363	2,224	2,2	2,21	0,01205543	0,54516557	2,211
M3	0,05	303	0,86	0,85	0,89	0,02081666	2,40192231	0,866
	0,05	333	1,8	1,1	1,11	0,04932883	4,58162498	1,076
	0,05	363	1,2	1,14	1,25	0,05507571	4,6024266	1,196
M4	0,35	303	1,52	1,61	1,64	0,06244998	3,9276717	1,59
	0,35	333	2,29	2,38	2,35	0,04582576	1,95836568	2,34
	0,35	363	3,22	3,3	3,25	0,04041452	1,24097806	3,256
M5	0,2	303	1,164	1,14	1,11	0,0270555	2,37746037	1,138
	0,2	333	1,7	1,58	1,62	0,06110101	3,74087811	1,633
	0,2	363	2,19	2,17	2,2	0,01527525	0,69856335	2,186
M6	0,05	303	0,83	0,85	0,82	0,01527525	1,83303025	0,8333
	0,05	333	1,02	1,04	1,06	0,02	1,92307692	1,040
	0,05	363	1,2	1,23	1,19	0,02081666	1,72513756	1,206
M7	0,35	303	1,51	1,56	1,53	0,02516612	1,64126837	1,533
	0,35	333	2,35	2,34	2,38	0,02081666	0,88330948	2,356
	0,35	363	3,2	3,18	3,19	0,01	0,31347962	3,190
M8	0,2	303	1,16	1,13	1,15	0,01527525	1,33214407	1,146
	0,2	333	1,66	1,65	1,68	0,01527525	0,91835183	1,663
	0,2	363	2,16	2,17	2,15	0,01	0,46296296	2,160
M9	0,05	303	0,84	0,81	0,86	0,02516612	3,00790218	0,8366
	0,05	333	1,04	1,02	1,05	0,01527525	1,47349697	1,0366
	0,05	363	1,23	1,18	1,2	0,02516612	2,0913669	1,2033

A.5.3. Validación del modelo

Tabla 1. (A.5.3) -Comparación de los valores de humedad experimental y teórica según el diseño de experimento activo

<i>F com</i>	<i>F Min</i>	<i>H1</i>	<i>H2</i>	<i>H3</i>	<i>H4</i>	<i>H5</i>	<i>H6</i>	<i>H7</i>	<i>H Prom</i>	<i>H expr</i>	<i>ERP</i>
26,5	0,35	1,632	1,613	1,613	1,594	1,598	1,601	1,616	1,609	1,621	0,747
28,5	0,35	1,526	1,539	1,533	1,523	1,564	1,565	1,536	1,541	1,424	7,559
26,5	0,39	1,765	1,706	1,718	1,702	1,751	1,701	1,709	1,722	1,840	6,860
28,5	0,39	1,666	1,704	1,702	1,770	1,749	1,782	1,791	1,738	1,742	0,252
27,5	0,43	1,917	1,958	1,918	1,909	1,819	1,906	1,932	1,908	1,895	0,700
29,5	0,43	1,699	1,805	1,816	1,742	1,804	1,786	1,756	1,773	1,810	2,114

Tabla 2. (A.5.3) -Comparación de los valores de humedad experimental y teórica obtenidos en el secador a escala semiindustrial

N°	W teórica	W Experimental	Error %	N°	W teórica	W Experimental	Error %
1	1,632	1,650	1,097	14	1,709	1,820	6,115
2	1,613	1,690	4,550	15	1,666	1,730	3,705
3	1,613	1,690	4,586	16	1,704	1,750	2,611
4	1,600	1,590	0,629	17	1,724	1,760	2,028
5	1,594	1,630	2,227	18	1,702	1,760	3,278
6	1,598	1,560	2,404	19	1,770	1,730	2,301
7	1,601	1,560	2,635	20	1,749	1,730	1,104
8	1,616	1,570	2,936	21	1,782	1,735	2,692
9	1,526	1,430	6,685	22	1,791	1,760	1,773
10	1,539	1,420	8,352	23	1,917	1,800	6,500
11	1,533	1,390	10,273	24	1,958	1,860	5,280
12	1,523	1,390	9,554	25	1,918	1,930	0,627
13	1,564	1,450	7,883	26	1,909	1,820	4,863

Tabla 3. (A.5.3) -Comparación de los valores de la temperatura del gas a la salida del secador experimental y teórica a escala semi industrial

N°	Fcom (kg/h)	Fm (kg/s)	Tg exp (°C)	Tg teo (°C)	Error (%)	N°	Fcom (kg/h)	Fm (kg/s)	Tg exp (°C)	Tg teo (°C)	Error (%)
1	25,65	0,35	118	118,091	0,023	14	28,86	0,39	116	110,907	1,326
2	26,56	0,35	117	120,723	0,945	15	28,18	0,39	124	109,157	3,883
3	26,45	0,35	118	120,557	0,649	16	28,52	0,39	114	110,676	0,866
4	26,27	0,35	118	120,996	0,760	17	28,51	0,39	118	107,812	2,674
5	26,39	0,35	119	121,589	0,656	18	28,75	0,39	119	109,272	2,544
6	26,45	0,35	117	121,453	1,129	19	28,42	0,39	115	107,132	2,069
7	26,13	0,35	123	120,624	0,603	20	28,15	0,39	116	106,242	2,572
8	26,45	0,35	118	120,298	0,584	21	27,84	0,43	112	97,383	3,945
9	28,25	0,35	126	129,236	0,804	22	27,85	0,43	113	96,323	4,514
10	28,1	0,35	130	127,373	0,656	23	27,72	0,43	112	97,266	3,978
11	28,13	0,35	129	128,038	0,240	24	27,34	0,43	111	96,549	3,909
12	28,49	0,35	135	129,362	1,401	25	27,33	0,43	110	100,125	2,646
13	28,1	0,35	126	126,156	0,039	26	27,03	0,43	109	96,548	3,368

Tabla 4. (A.5.3) -Comparación de los valores de la temperatura experimental y teóricas de mineral a la salida del secador a escala semi industrial

N°	Tm Exp (K)	Tm Teór, (K)	Error (%)	N°	Tm Exp (K)	Tm Teór, (K)	Error (%)
1	373,94	373,6372	0,08	14	369,26	369,8456	0,16
2	374,28	375,2769	0,27	15	370,15	368,186	0,53
3	376,24	375,3062	0,25	16	370,27	369,462	0,22
4	378,7	375,4898	0,85	17	370,62	367,722	0,79
5	375,17	375,9428	0,21	18	370,98	368,8549	0,58
6	375,63	375,6823	0,01	19	375,25	367,0977	2,22
7	373,35	375,3927	0,54	20	378,15	366,5903	3,15
8	373,65	375,0587	0,38	21	376,15	359,2627	4,70
9	380,33	381,0199	0,18	22	375,15	358,5114	4,64
10	378,83	379,9927	0,31	23	375,65	359,1802	4,59
11	383,56	380,4972	0,80	24	376,15	358,6029	4,89
12	383,51	381,3529	0,57	25	376,65	360,2178	4,56
13	386,46	379,5605	1,82	26	375,15	358,3907	4,68

Tabla 5. (A.5.3) -Validación de la temperatura y la humedad a la salida del secador obtenida con el modelo propuesto en la instalación industrial

	Fcom (t/h)	Fmin (T/h)	Hmin (%)	Tgas °C	TgsExp (°C)	TgsTeor (°C)	HSExp (%)	HSTeo (%)	Er H (%)	Er Tg %
1	2,24	126,36	34,40	814,20	98,78	92,17	3,12	3,12	0,04	1,81
2	2,24	125,35	33,40	814,58	99,01	96,60	2,85	2,94	3,30	0,65
3	2,19	126,29	34,60	814,39	98,67	92,65	3,12	3,21	2,99	1,65
4	2,23	127,69	35,40	814,74	96,99	90,84	3,27	3,19	2,50	1,69
5	2,23	131,47	35,20	816,08	96,99	98,02	3,33	3,40	2,18	2,20
6	2,21	132,26	34,80	817,35	97,22	87,21	3,37	3,44	1,94	2,78
7	2,23	122,44	34,60	817,86	97,86	97,62	2,92	2,68	8,13	0,06
8	2,23	121,10	33,50	819,30	97,91	99,14	2,77	3,07	10,95	0,33
9	2,21	122,65	33,25	820,35	98,20	99,57	2,72	3,14	15,24	0,37
10	2,22	121,82	34,51	821,85	98,20	97,90	2,90	3,02	4,26	0,08
11	2,22	119,12	34,42	823,07	98,03	101,42	2,76	2,52	8,81	0,90
12	2,22	115,67	34,45	824,29	98,32	104,23	2,68	2,25	15,93	1,57
13	2,22	121,18	33,94	825,45	98,38	98,04	2,84	2,93	3,14	0,09
14	2,22	119,77	34,41	826,73	98,78	100,82	2,78	3,12	12,25	0,55
15	2,22	120,67	34,43	827,54	98,49	99,44	2,83	2,75	2,81	0,25
16	2,21	120,38	34,23	828,68	98,38	100,49	2,77	2,79	0,61	0,57
17	2,22	118,94	34,74	829,84	98,61	100,69	2,81	2,68	4,69	0,56
18	2,22	114,23	34,65	830,89	98,61	103,99	2,70	2,77	2,62	1,43
19	2,22	117,29	33,50	831,94	98,96	105,40	2,55	2,65	3,87	1,70
20	2,22	120,38	34,13	832,73	98,49	100,83	2,75	2,70	1,78	0,63
21	2,22	123,01	35,13	833,49	98,67	96,53	2,99	2,91	2,81	0,58
22	2,22	121,90	34,53	834,71	98,67	98,67	2,86	2,73	4,47	0,00
23	2,22	120,56	36,20	835,05	98,32	94,39	3,27	2,86	12,50	1,07

24	2,22	115,67	34,53	836,10	98,61	102,06	2,89	2,65	8,23	0,92
25	2,22	118,12	34,40	836,96	98,32	102,51	2,72	2,84	4,23	1,12
26	2,22	121,39	35,70	837,60	98,49	98,45	2,85	2,87	0,54	0,01
27	2,22	124,85	34,86	838,71	99,24	94,15	3,14	3,00	4,44	1,39
28	2,22	127,12	33,54	839,45	98,67	92,66	3,12	3,05	2,24	1,64
29	2,22	117,72	34,80	840,49	98,96	105,61	2,54	2,25	11,39	1,76
30	2,22	127,51	34,92	841,65	98,73	93,81	3,06	3,05	0,33	1,34
31	2,22	128,12	34,45	842,16	99,19	92,75	3,12	3,06	1,81	1,76
32	2,22	130,28	34,64	842,93	99,19	92,24	3,09	3,06	0,96	1,90
33	2,22	150,66	35,15	843,75	98,96	80,22	3,43	3,20	6,57	5,30
34	2,22	142,63	35,19	844,09	98,90	83,69	3,50	3,56	1,79	4,27
35	2,22	133,45	34,40	844,66	98,49	87,73	3,43	3,00	12,53	2,99
36	2,22	136,98	34,40	845,48	98,90	94,82	3,51	3,41	2,75	3,93
37	2,22	142,20	34,20	845,59	99,07	93,20	3,59	3,50	2,39	4,46



Ing. Héctor Luis Laurencio
Alfonso; Dr. C.



Ing. Enrique Torres
Tamayo; Dr. C.



Ing. Yoalby Retirado
Mediaceja; Dr. C.



Ing. Ever Góngora
Leyva; Dr. C.



Ing. Carlos Zalazar
Oliva; Dr. C.

La ingeniería, en su verdadera dimensión, es la capacidad de transformar el conocimiento en soluciones que mejoran la calidad de vida y cuidan los recursos del planeta. En tiempos donde la energía y la sostenibilidad se han vuelto temas urgentes, es necesario repensar cómo diseñamos, cómo operamos y cómo optimizamos los procesos que mueven la industria.

Este libro, “Eficiencia en Procesos Industriales de Transporte de Combustible, Transporte Neumático, Secado y Enfriamiento de Minerales”, es una contribución valiosa para ese propósito. Su contenido, distribuido en cinco capítulos, ofrece una visión clara y actualizada de cómo lograr una mayor eficiencia energética en procesos fundamentales de la industria. A través del análisis técnico, la modelación matemática y la optimización, se plantea una ruta concreta hacia sistemas eficientes, precisos y sostenibles.

Uno de los grandes aciertos de esta obra es su enfoque didáctico. No solo entrega herramientas técnicas, sino que también fomenta una comprensión crítica de los procesos enfocados desde la eficiencia energética. Cada modelo, cada análisis, lleva al lector a cuestionar lo establecido y a buscar formas más responsables de producir, transportar y transformar materiales.

El planteamiento de los capítulos se enfoca en los estudiantes e investigadores del campo de las ciencias técnicas, resulta útil para profesionales que buscan actualizar sus conocimientos y mejorar sus prácticas. Su lectura no solo aporta soluciones, sino que abre el pensamiento hacia nuevas posibilidades, más acordes con las demandas actuales del sector productivo y del entorno.

La eficiencia energética, más que una meta técnica, es una necesidad global. Optimizar el uso de la energía no solo reduce costos, sino que también reduce impactos y construye un camino hacia industrias más limpias y competitivas. Por esta razón recomendamos el análisis y uso de los contenidos tratados en el presente libro.

Ing. Héctor Luis Laurencio Alfonso; Dr. C.